AN VĂN CHIÊU

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VẬT LÝ THEO CHỦ ĐIỂM

Tập 3

Điện xoay chiều

Dùng cho học sinh luyện thi đại học
bồi dưỡng học sinh giỏi

Z_{L_1}
A
R_1
Z_C
Z_{L_2}
Z_{L_3}
~U
R_2
R_3

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

AN VĂN CHIÊU

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VẬT LÝ THEO CHỦ ĐIỂM

Tập III

ĐIỆN XOAY CHIỀU

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

Phần II

DAO ĐỘNG ĐIỆN

Chương I

TỔNG TRỞ MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ KHI GIẢI BÀI TOÁN VỀ CÁC MẠCH ĐIỆN XOAY CHIỀU

1.1. Mối liên hệ giữa các giá trị cực đại và giá trị hiệu dụng

$$I = \frac{I_o}{\sqrt{2}}; \; E = \frac{E_o}{\sqrt{2}}; \; U = \frac{U_o}{\sqrt{2}} \qquad (1.1)$$

1.2. Độ lệch pha giữa dòng điện và hiệu điện thế

a. Dòng điện qua điện trở thuần cùng pha với hiệu điện thế.

b. Dòng điện qua cuộn cảm (thuần cảm) chậm pha hơn hiệu điện thế một góc $\frac{\pi}{2}$ rad.

c. Dòng điện qua tụ điện nhanh pha hơn hiệu điện thế một góc $\frac{\pi}{2}$ rad.

d. Trong mạch RLC nối tiếp, nếu $\sum Z_L > \sum Z_C$ thì mạch có tính chất cảm kháng và cường độ dòng điện chậm pha hơn hiệu điện thế một góc nào đó và ngược lại.

e. Trong mạch RLC song song, nếu $Z_L > Z_C$ thì mạch có tính chất dung kháng và dòng điện mạch chính nhanh pha hơn hiệu điện thế hai đầu mạch song song và ngược lại.

1.3. Định luật Ôm (Olm) áp dụng cho mạch điện xoay chiều

$$I_L = \frac{U_L}{Z_L} \; ; \; I_C = \frac{U_C}{Z_C} \; ; \; I_R = \frac{U_R}{R} \; ; \; I = \frac{U}{Z} \qquad (1.2)$$

với $Z_L = L\omega$ và $Z_C = \dfrac{1}{C\omega}$ (1.3)

1.4. Mạch RLC nối tiếp (không phân nhánh)

a. Tổng trở:

$$Z = \sqrt{\left(\sum R\right)^2 + \left(\sum Z_L - \sum Z_C\right)^2} \qquad (1.4$$

b. Hiệu điện thế:

$$Z = \sqrt{\left(\sum U_R\right)^2 + \left(\sum U_L - \sum U_C\right)^2} \qquad (1.5))$$

c. Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế:

$$tg\varphi = \frac{\sum Z_L - \sum Z_C}{\sum R} \; ; \; \cos\varphi = \frac{\sum R}{Z} \; ; \; \sin\varphi = \frac{\sum Z_L - \sum Z_C}{Z} \qquad ((1.$$

1.5. Mạch RLC song song:

a. Tổng trở:

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\sum \frac{1}{R}\right)^2 + \left(\sum \frac{1}{Z_L} - \sum \frac{1}{Z_C}\right)^2} \qquad (1.7))$$

b. Cường độ dòng điện:

$$I = \sqrt{\left(\sum I_R\right)^2 + \left(\sum I_L - \sum I_C\right)^2} \qquad (1.8))$$

c. Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế:

$$tg\varphi = \frac{\sum \frac{1}{Z_L} - \sum \frac{1}{Z_C}}{\sum \frac{1}{R}} \; ; \cos\varphi = Z.\sum \frac{1}{R} \; ; \; \sin\varphi = \left(\sum \frac{1}{Z_L} - \sum \frac{1}{Z_C}\right) \; (1.9)$$

1.6. Các cuộn cảm mắc nối tiếp và song song:

a. Nối tiếp:

$$Z_L = \sum Z_{L_i} \; ; \; L = \sum L_i \qquad (1.10)$$

b. Song song:

$$\frac{1}{Z_L} = \sum \frac{1}{Z_{L_i}} \; ; \; \frac{1}{L} = \sum \frac{1}{L_i}$$

1.7. Các tụ điện mắc nối tiếp và song song:

a. Nối tiếp:

$$Z_C = \sum Z_{C_i} \quad \text{và} \quad \frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} \qquad (1.11)$$

b. Song song:

$$\frac{1}{Z_C} = \sum \frac{1}{Z_{C_i}} \quad \text{và} \quad C = \sum C_i \qquad (1.12)$$

1.8. Công suất:

a. Công suất cung cấp:

$$P = UI \qquad (1.12)$$

b. Công suất tiêu thụ:

$$P = UI\cos\varphi \qquad (1.15)$$

Công suất tiêu thụ ở cuộn cảm (thuần cảm) và tụ điện bằng 0, do đó công suất tiêu thụ ở toàn mạch xoay chiều chỉ bằng tổng công suất tiêu thụ ở các điện trở thuần.

$$P = \sum P_{R_i} = \sum R_i I_i^2 \qquad (1.16)$$

II. CÁC BÀI TOÁN VỀ MẠCH ĐIỆN

1.1. BÀI TOÁN VẼ LẠI MẠCH ĐIỆN

Có nhiều trường hợp: một số mạnh điện tuy đơn giản nhưng người ta thường vẽ cho mạch trở nên phức tạp, rắc rối.. khiến người giải bài toán không thể phân biệt ngay được các trở kháng song song và nối tiếp. Vì thế, việc vẽ lại mạch điện là hết sức cần thiết.

Phương pháp vẽ lại mạch điện dựa trên nguyên tắc:

1. Có thể chập những nút có điện thế bằng nhau vào làm một:

Đó là những nút:

+ Hoặc được nối với nhau bằng một dây dẫn có điện trở nhỏ không đáng kể.

+ Hoặc được nối với nhau bằng một đoạn mạch có trở kháng khác 0 nhưng không có dòng điện qua.

2. Đoạn mạch nào không có dòng điện qua thì có thể bỏ đi (thường hay gặp là đoạn mạch chứa vôn kế có trở kháng lớn vô cùng).

Bài toán 1.1.1.

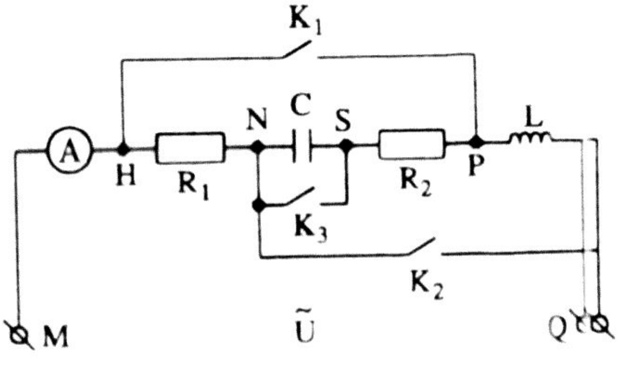
Vẽ lại mạch điện hình 1.1 trong các trường hợp sau:

1) K_1 đóng, K_2 và K_3 ngắt

2) K_1 và K_2 đóng, K_3 ngắt

3) K_1 và K_3 ngắt, K_2 đóng

4) K_1, K_2, K_3 đều đóng



Hình 1.1

Giải:

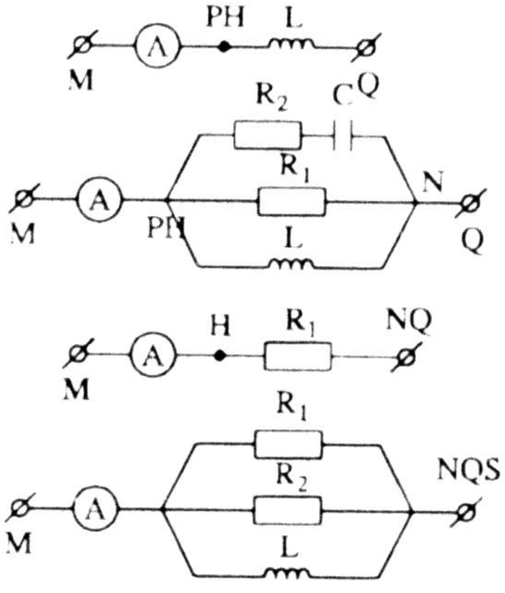
Mạch điện được vẽ lại ở hình 1.2

1) Chập PH ta được:

2) Chập PH, NQ ta được:

3) Chập NQ ta được:

4) Chập HP, NQS ta được:


PH
L
M
R2
C
Q
R1
N
M
PH
L
Q
H
R1
NQ
M
R1
R2
NQS
M
L
A

Hình 1.2

Sơ đồ mạch điện

1) A nt Z_L

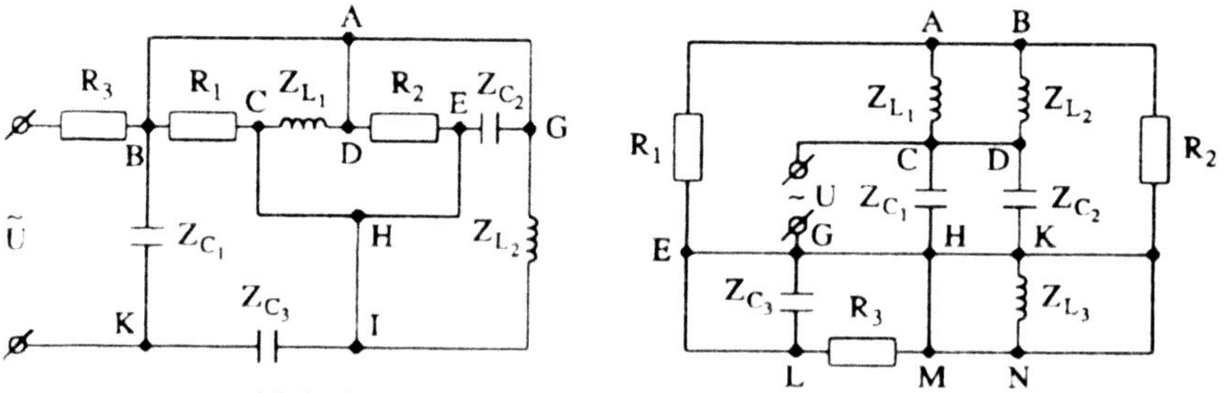
2) A nt $[R_1 // (R_2 \text{ nt } Z_C) // Z_L]$

3) A nt R_1

4) A nt $(R_1 // R_2\ Z_L)$

Bài toán 1.1.2.

Vẽ lại các mạch điện hình 1.3.


A
R_3
R_1
C
Z_{L_1}
R_2
E
Z_{C_2}
G
B
D
$\tilde{U}$
Z_{C_1}
H
Z_{L_2}
Z_{C_3}
K
I
A
B
Z_{L_1}
Z_{L_2}
R_1
C
D
R_2
~U
Z_{C_1}
Z_{C_2}
G
H
K
E
Z_{C_3}
R_3
Z_{L_3}
L
M
N

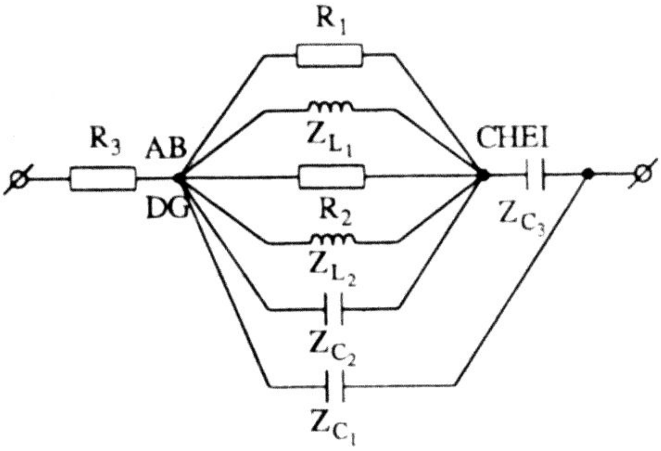
Hình A *Hình B*

Hình 1.3

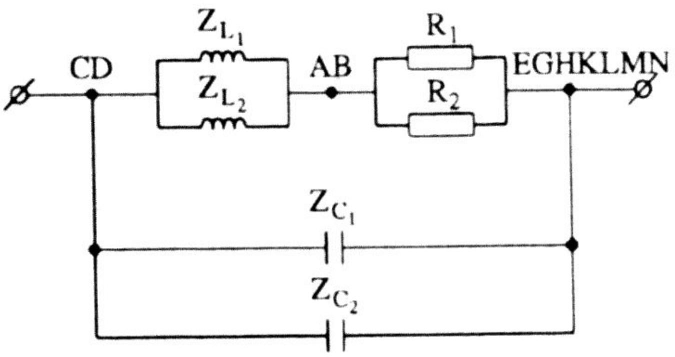
Giải:

Các mạch điện được vẽ lại ở hình 1.1

Hình A: Chập ABDG và CHEI


R_1
R_3
AB
DG
Z_{L_1}
R_2
Z_{L_2}
Z_{C_2}
Z_{C_1}
CHEI
Z_{C_3}

Hình B


Z_{L_1}
Z_{L_2}
CD
AB
R_1
R_2
EGHKLMN
Z_{C_1}
Z_{C_2}

Chập AB, CD và EGHKLMN

Sơ đồ: Hình A: $\{[(R_1 // Z_{L_1} // R_2 // Z_{L_2} // Z_{C_2}) \text{ nt } Z_{C_3}] // Z_{C_1}\}$ nt R_3

Hình B: $[(Z_{L_1} // Z_{L_2}) \text{ nt } (R_1 // R_2)] // Z_{C_1} // Z_{C_2}$

Hình 1.4

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 1.1

1. Điền chữ vào các nút nối từ 3 đầu dây trở lên.

2. Tìm các nút có điện thế bằng nhau để chập làm một

3. Vẽ lại mạch điện theo các nút đã chập.

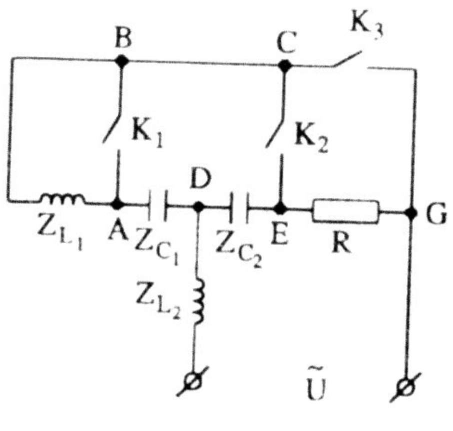
Chú ý: Khi chấm các nút đã chập, hai nút nối với hiệu điệnthế 2 đầu mạch khác thì để xa nhất và các nút còn lại để bên trong.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 1.1.3.

Vẽ lại mạch điện hình 1.5 trong các trường hợp

1. Các khoá đều mở
2. K_1, K_2 đóng, K_3 mở
3. K_1, K_3 đóng, K_2 mở
4. K_1 mở, K_2, K_3 đóng
5. K_1, K_2, K_3 đều đóng



Hình 1.5

Giải:

Các mạch điện được vẽ lại ở hình 1.6

1. Các khoá K_1, K_2, K_3 đều mở:

$$Z_L \text{ nt } Z_C \text{ nt } R$$

2. K_1, K_2 đóng, K_3 mở:

Chập ACBE:

Z_{L_2} nt R nt (Z_{C_1} // Z_{C_2})

3. K_1, K_3 đóng, K_2 mở:

Chập GBAC

Z_{L_2} nt[(Z_{C_2} nt R) // Z_{C_1}]

4. K_1 mở, K_2, K_3 đóng:

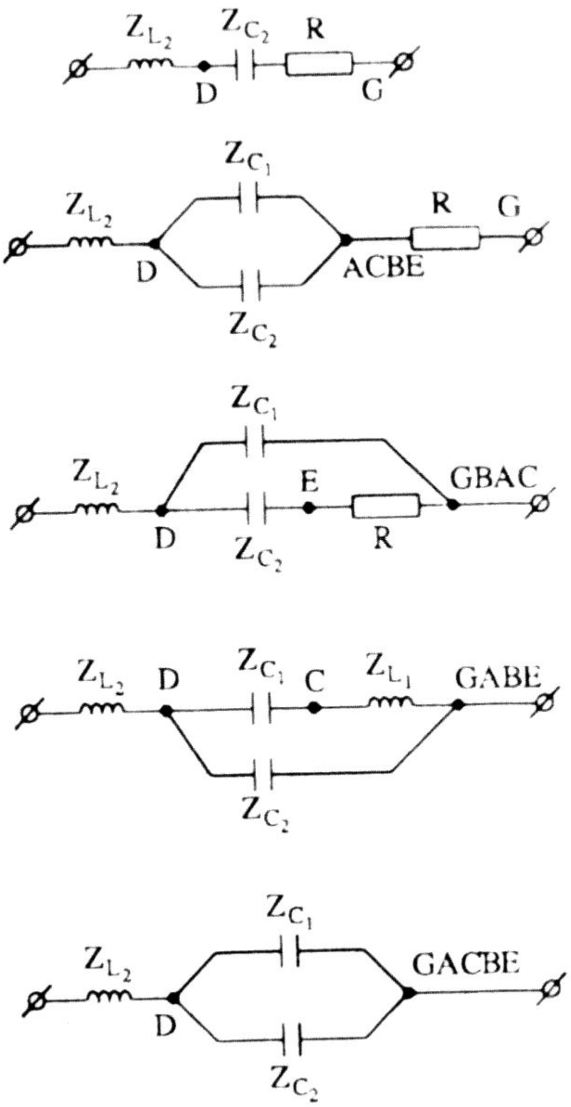
Chập GEB

[(Z_{C_1} nt Z_{L_1}) // Z_{C_2}] nt Z_{L_2}

5. K_1, K_2, K_3 đều đóng:

Chập GACBE

(Z_{C_1} // Z_{C_2}) nt Z_{L_2}



Z_L2
Z_C2
R
D
G
Z_C1
Z_L2
R
G
D
ACBE
Z_C2
Z_C1
Z_L2
E
GBAC
D
Z_C2
R
Z_L2
D
Z_C1
C
Z_L1
GABE
Z_C2
Z_C1
Z_L2
GACBE
D
Z_C2

Hình 1.6

1.2. BÀI TOÁN TÍNH TỔNG TRỞ MẠCH ĐIỆN

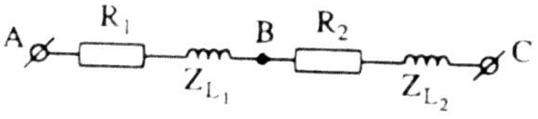
Bài toán tính tổng trở của một mạch điện giữ vai trò hết sức quan trọng trong hệ thống các bài toán điện xoay chiều. Hầu hết các bài toán, để đạt tới yêu cầu nào cũng phải thông qua giai đoạn đầu tiên là tính tổng trở của mạch. Để dễ dàng đạt tới kết quả, cần tuân thủ trình tự giải.

Bài toán 1.2.1.

Cho mạch điện hình 1.7

Nếu lần lượt mắc vào hai đầu AB rồi BC một hiệu điện thế $U = 100V$ thì cường độ dòng điện và độ lệch pha tương ứng lần lượt bằng 1A và 5A, 10° và 50°.

Tìm cường độ dòng điện khi mắc vào hiệu điện thế đó vào hai đầu AC.



Hình 1.7

Giải:

Vì $Z = \dfrac{U}{I}$ nên $Z_{AB} = 100\ (\Omega)$ và $Z_{BC} = 20(\Omega)$

Lại có: $R = Z\cos\varphi$ và $Z_L = Z\sin\varphi$ nên:

$R_1 = Z_{AB}\cos\varphi_1 = 100\cos 10^\circ \approx 98{,}5\Omega;$

$R_2 = Z_{BC}\cos\varphi_2 = 20\cos 50^\circ \approx 12{,}86(\Omega)$

$Z_{L_1} = Z_{AB}\sin\varphi_1 = 100\sin 10^\circ \approx 17{,}4\ \Omega;$

$Z_{L_2} = Z_{BC}\sin\varphi_2 = 20\sin 50^\circ \approx 15{,}32(\Omega)$

$R_{AC} = R_1 + R_2 = 111{,}36\ \Omega$

$Z_{L_{AC}} = Z_{L_1} + Z_{L_2} = 32{,}72\ \Omega$

Do đó:

$$Z_{AC} = \sqrt{R_{AC}^2 + Z_{L_{AC}}^2} = \sqrt{111{,}36^2 + 32{,}72^2} \approx 116{,}04\ \Omega$$

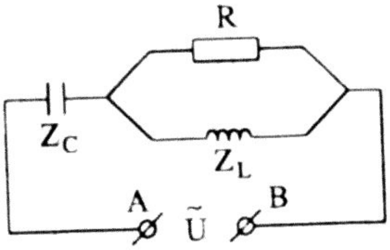
$$\Rightarrow I = \frac{U}{Z_{AC}} = \frac{100}{116{,}04} \approx 0{,}86\ A$$

Bài toán 1.2.2.

Cho mạch điện hình 1.8

$Z_L = Z_C = R = 10\Omega$

Tìm tổng trở toàn mạch và độ lệch pha giữa dòng điện và hiệu điện thế toàn mạch



Hình 1.8

Giải:

Sơ đồ mạch điện (Z_L // R) nt Z_C

Tổng trở mạch song song:

$$Z_{//} = \frac{Z_L R}{\sqrt{Z_L^2 + R^2}} = \frac{10.10}{\sqrt{100 + 100}} = 5\sqrt{2}$$

Độ lệch pha:

$$\cos\varphi_{//} = \frac{Z_{//}}{R} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi_{//} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

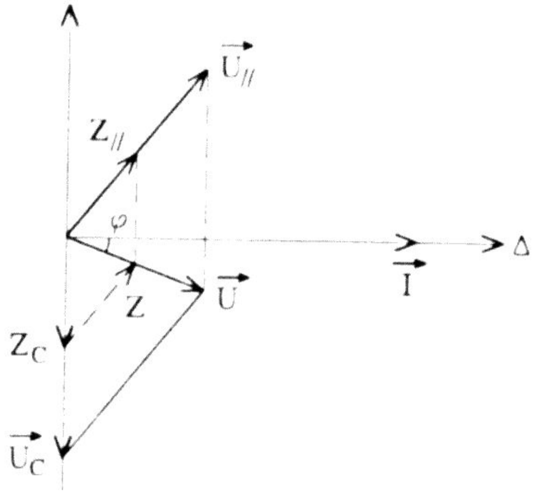
Mạch có tính cảm kháng nên i_{AB} chậm pha hơn $u_{//}$ một góc $\frac{\pi}{4}$ rad.

Phương trình và giản đồ vectơ hiệu điện thế (hình 1.9):

Đặt $i = I\sqrt{2}\sin(\omega t)$ (A)

Khi đó $u_{//} = U_{//}\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$ (V)

$$u_C = U_C\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \text{ (V)}$$



Hình 1.9

Vẽ hình bình hành tổng trở đồng dạng với hình bình hành hiệu điện thế để tính tổng trở:

$$Z = \sqrt{Z_{//}^2 + Z_C^2 + 2Z_{//}Z_C\cos\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$= \sqrt{50 + 100 - 2.5\sqrt{2}.10.\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}\ (\Omega)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Z_{//}\sin\varphi_{//} + Z_C\sin\varphi_C}{Z_{//}\cos\varphi_{//} + Z_C\cos\varphi_C} = \frac{5\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} - 10.1}{5\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} + 10.0} = -1$$

$$\Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}\ \text{rad}$$

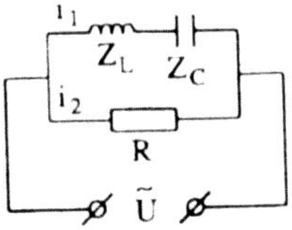
i nhanh pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$ rad.

Bài toán 1.2.3.

Cho mạch điện hình 1.10

$Z_L = 20\ \Omega$. $Z_C = R = 10\ \Omega$

Tìm tổng trở mạch điện



Hình 1.10

Giải:

Sơ đồ mạch điện (Z_L nt Z_C) //R

Tổng trở mạch rẽ (Z_L nt Z_C)

$$Z_1 = Z_L - Z_C = 20 - 10 = 10\ \Omega$$

Vì $Z_L > Z_C$ nên mạch rẽ đó mang tính cảm kháng

i_1 chậm pha hơn $u_{//}$ một góc $\frac{\pi}{2}$

Đặt $u_{//} = U_{//}\sqrt{2}\sin(\omega t)$ (V)

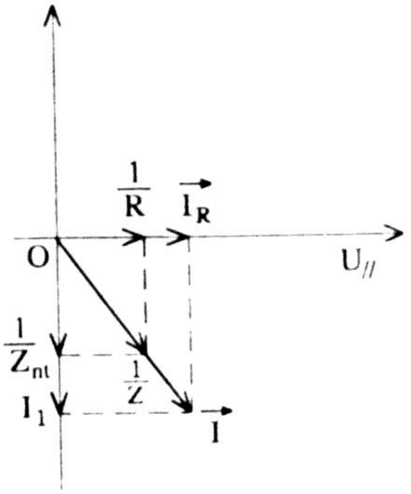
ta có: $i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$ (A)

$$i_2 = I_2\sqrt{2}\sin(\omega t)\ (A)$$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

Giản đồ được vẽ như hình 1.13

Vẽ hình bình hành nghịch đảo của tổng trở đồng dạng với hình bình hành cường độ dòng điện để tính tổng trở mạch song song.



Hình 1.11

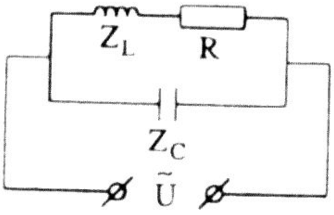
$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{Z_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{R}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{100} + \frac{1}{100}} \Rightarrow Z = 5\sqrt{2}\ \Omega$$

Bài toán 1.2.4.

Cho mạch điện hình 1.12:

$Z_L = Z_C = R = 10\ \Omega$

Tìm tổng trở mạch điện và độ lệch pha giữa hiệu điện thế hai đầu mạch và cường độ dòng điện mạch chính



Hình 1.12

Giải:

Sơ đồ mạch điện: (Z_L nt R) //Z_C

$$Z_{nt} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{nt} = \frac{R}{Z_{nt}} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \varphi_{nt} = \frac{\pi}{4}\ \text{rad}$$

Đoạn mạch rẽ (Z_L nt R) có tính cảm kháng $\Rightarrow$ i_{nt} chậm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

Giả sử: $u = U_0\sqrt{2}\sin(\omega t)$

thì $$i_{nt} = I_{nt}\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{4})\ (A)$$

$$i_C = I_C\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})\ (A)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_{nt} + \dot{I}_C$$

Giản đồ vectơ vẽ như hình 1.13

Vẽ hình bình hành nghịch đảo của tổng trở, ta được

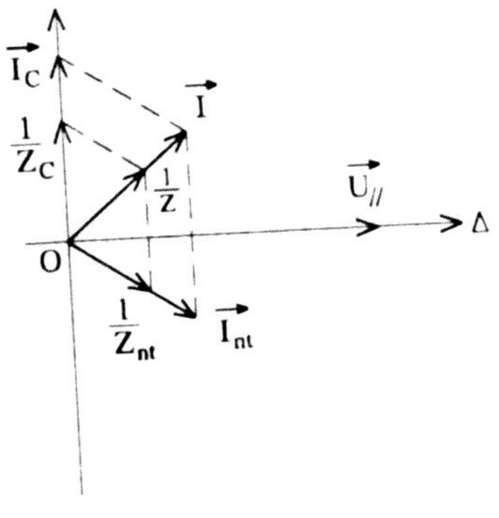
$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{Z_{nt}^2} + \frac{1}{Z_C^2} + \frac{2}{Z_{nt}Z_C}\cos(\varphi_C - \varphi_{nt})$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{200} + \frac{1}{100} - \frac{2 . \frac{\sqrt{2}}{2}}{10\sqrt{2} . 10}} \Rightarrow Z = 10\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{Z_{nt}}\sin\varphi_{nt} + \frac{1}{Z_c}\sin\varphi_c}{\frac{1}{Z_{nt}}\cos\varphi_{nt} + \frac{1}{Z_c}\cos\varphi_c} = \frac{\frac{1}{10\sqrt{2}} . \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{1}{10} . 1}{\frac{1}{10\sqrt{2}} . \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{1}{10} . 0} = 1$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}\ \text{rad}$$

Cường độ dòng điện nhanh pha hơn hiệu điện thế một góc $\frac{\pi}{4}$ rad.



$\vec{I_C}$
$\vec{I}$
$\frac{1}{Z_C}$
$\frac{1}{Z}$
$\vec{U_{//}}$
Δ
O
$\frac{1}{Z_{nt}}$
$\vec{I_{nt}}$

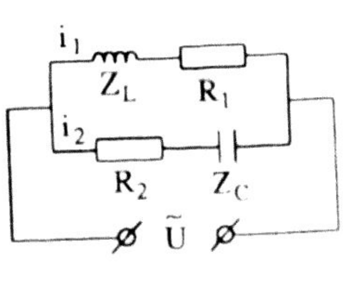
Hình 1.13

Bài toán 1.2.5.

Tìm tổng trở mạch điện hình 1.14

$Z_L = 6\sqrt{3}\ \Omega$; $R_1 = 6\Omega$

$Z_C = R_2 = 12\ \Omega$



i_1
Z_L
R_1
i_2
R_2
Z_C
$\tilde{U}$

Hình 1.14

Giải:

Sơ đồ mạch điện: $(Z_L \text{ nt } R_1) // (Z_C \text{ nt } R_2)$

$$Z_1 = \sqrt{R_L^2 + R_1^2} = \sqrt{108 + 36} = 12\ \Omega$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3}\ \text{rad}$$

Z_1 cảm kháng ⇒ i_1 chậm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{3}$ rad.

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + R_C^2} = \sqrt{144 + 144} = 12\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{12}{12\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{4}\ \text{rad}$$

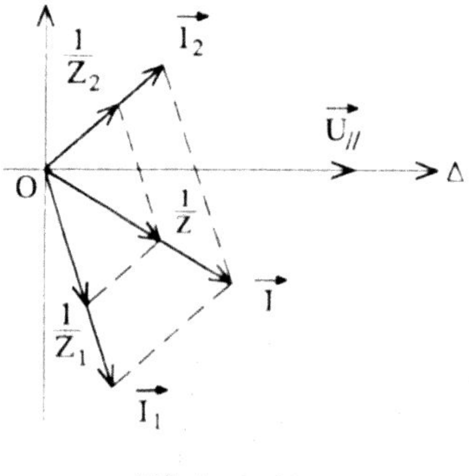
Z_2 dung kháng ⇒ i_2 nhanh pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

Vẽ hình bình hành nghịch đảo tổng trở, ta được (hình 1.15)

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} + \frac{2}{Z_1 Z_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{144} + \frac{1}{288} - \frac{2}{12.12\sqrt{2}}} = 0.26$$

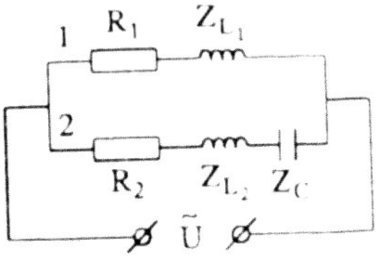
$$\Rightarrow Z = 11.27\ \Omega$$



Hình 1.15

LC/106

Bài toán 1.2.6.



Hình 1.16

Cho mạch điện sau hình 1.16

$R_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 10\sqrt{3}\ \Omega$

$Z_{L_1} = 10\ \Omega$;

$Z_{L_2} = 50\ \Omega$; $Z_C = 60\ \Omega$

Tính tổng trở mạch của mạch?

Giải:

Sơ đồ mạch: $(R_1$ nt $Z_{L_1}) // (R_2$ nt Z_{L_2} nt $Z_C)$

Tổng trở mạch rẽ 1: $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{L_1}^2} = 10\sqrt{2}\ \Omega$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}\ \text{rad}$$

Đoạn mạch rẽ 1 có tính cảm kháng i_1 chậm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

Tổng trở mạch rẽ 2: $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2} = 20\ \Omega$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{10\sqrt{3}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{6}\ \text{rad}$$

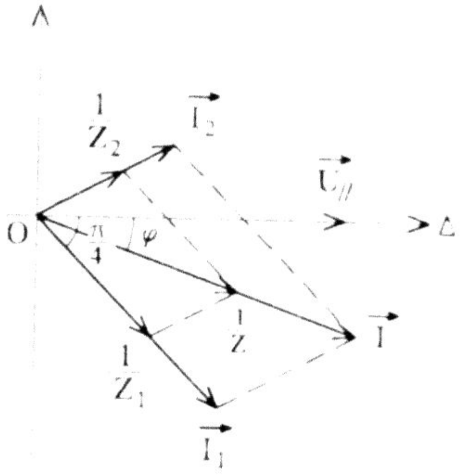
$Z_C > Z_{L_2} \Rightarrow i_2$ nhanh pha hơn u một góc $\frac{\pi}{6}$ rad.

Giả sử $u = U\sqrt{2}\sin(\omega t)$ (V)

thì $i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{4})$ (A)

$i_2 = I_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$ (A)

Giản đồ vectơ cường độ dòng điện và nghịch đảo tổng trở được vẽ như hình 1.17.



$\frac{1}{Z_2}$
$\vec{I_2}$
$\vec{U_{//}}$
O
$\frac{\pi}{4}$
φ
Δ
$\frac{1}{Z}$
$\vec{I}$
$\frac{1}{Z_1}$
$\vec{I_1}$

Hình 1.17

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} + \frac{2}{Z_1 Z_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{200} + \frac{1}{100} + \frac{2.0,26}{10\sqrt{2}.20}}$$

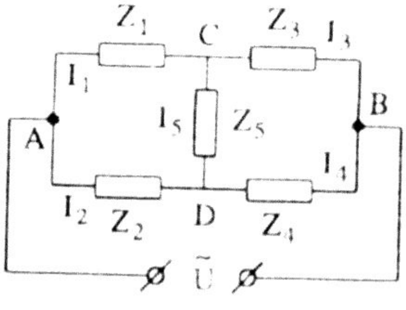
$$\Rightarrow Z = 10,35\ \Omega$$

Bài toán 1.2.7.

Cho mạch điện hình 1.18

Chứng minh rằng không có dòng điện qua Z_5 nếu tồn tại hệ thức:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4}$$



Z_1
C
Z_3
I_3
I_1
B
A
I_5
Z_5
I_4
I_2
Z_2
D
Z_4
$\tilde{U}$

Hình 1.18

Giải:

Do không có dòng qua Z_5 nên: $V_C = V_D$ hay $V_{CD} = 0$ (V)

Khi đó bỏ Z_5 ta được mạch (Z_1 nt Z_3) // (Z_2 nt Z_4)

$$\Rightarrow I_1 = I_3;\ I_2 = I_4 \qquad (1)$$

$N_C = V_D$ nên $V_A - V_C = V_A - V_D$

hay $U_{AC} = U_{AD}$

$$\Leftrightarrow I_1Z_1 = I_2Z_2 \qquad (2)$$

$V_C = V_D$ nên $V_C - V_B = V_D - V_B$

hay $U_{CB} = U_{DB}$

$$\Leftrightarrow I_3Z_3 = I_4Z_4 \qquad (3)$$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{Z_3}{Z_4}$

Mạch điện thoả mãn điều kiện trên gọi là mạch cầu cân bằng của tổng trở. Z_5 gọi là cầu.

Và ngược lại, nếu một mạch cầu có hệ thức đó thì không có dòng điện qua cầu và mạch là mạch cầu cân bằng.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 1.2

1. Phân mạch lớn thành những đoạn mạch nhỏ sao cho mỗi mạch nhỏ này chỉ gồm các RLC nối tiếp hoặc song song để có thể tính ngay tổng trở, độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế theo các công thức quen thuộc.

Tính ngay các đại lượng này và nhận xét ngay ở từng mạch nhỏ giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế của mạch thì đại lượng nào nhanh hay chậm pha hơn.

2. Tiếp tục tính tổng trở mạch lớn hơn:

a. Nếu là mạch nối tiếp

+ Cho cường độ dòng điện trong mạch phương trình đơn giản

$$i = I\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

+ Căn cứ vào độ lệch pha giữa 2 đầu từng đoạn mạch nhỏ và cường độ dòng điện, viết phương trình hiệu điện thế cho từng đoạn mạch đó theo công thức:

$$u_i = U_i\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_i)$$

+ Viết phương trình vô hướng và phương trình vectơ hiệu điện thế toàn mạch:

$$u = \sum u_i$$

$$\vec{U} = \sum \vec{U}_i$$

+ Lấy trục cường độ dòng điện làm gốc vẽ các vectơ hiệu điện thế ở hai đầu từng mạch nhỏ và vectơ tổng hiệu điện thế.

+ Dùng hình học để tính hiệu điện thế toàn mạch, tổng trở và độ lệch pha:

- Nếu cần tính hiệu điện thế thì dùng phương trình:

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2\cos\Delta\varphi}$$

- Nếu cần tính tổng trở thì vẽ hình bình hành tổng trở đồng dạng với hình bình hành hiệu điện thế và tính tổng trở của toàn mạch theo phương trình:

$$Z = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1Z_2\cos\Delta\varphi}$$

- Tính độ lệch pha giữa dòng điện và hiệu điện thế toàn mạch theo phương trình:

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{U_1\sin\varphi_1 + U_2\sin\varphi_2}{U_1\cos\varphi_1 + U_2\cos\varphi_2} = \frac{Z_1\sin\varphi_1 + Z_2\sin\varphi_2}{Z_1\cos\varphi_1 + Z_2\cos\varphi_2}$$

b. Nếu là mạch song song

+ Cho hiệu điện thế hai đầu mạch song song một phương trình đơn giản:

$$u = U\sqrt{2}\sin(\omega t)\ (V)$$

+ Căn cứ vào độ lệch pha giữa hiệu điện thế hai đầu mạch song song và cường độ dòng điện ở các mạch rẽ, viết các phương trình cường độ cho từng mạch rẽ:

$$i_i = I_i\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_i)$$

+ Viết phương trình vô hướng và phương trình vectơ cho cường độ dòng điện mạch chính:

$$i = \sum i_i;\ \vec{I} = \sum \vec{I_i}$$

+ Lấy vectơ hiệu điện thế 2 đầu mạch song song làm gốc, vẽ vectơ cường độ các mạch rẽ và vectơ mạch chính.

+ Tính cường độ mạch chính, tổng trở mạch song song và độ lệch pha giữa cường độ dòng điện mạch chính và hiệu điện thế 2 đầu mạch song song.

- Nếu cần tính cường độ dòng điện mạch chính thì dùng phương trình:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos\Delta\varphi}$$

- Nếu cần tính tổng trở mạch song song thì vẽ hình bình hành nghịch đảo của tổng trở đồng dạng với hình bình hành dòng điện rồi tính tổng trở theo phương trình:

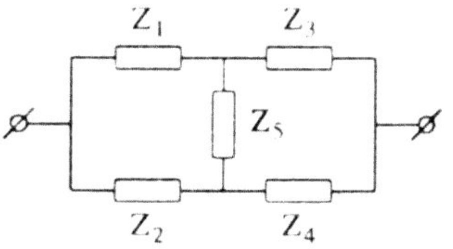
$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} + \frac{2}{Z_1Z_2}\cos\Delta\varphi}$$

- Tính độ lệch pha giữa cường độ mạch chính và hiệu điện thế giữa hai đầu mạch song song theo phương trình:

$$\text{tg}\varphi = \frac{I_1\sin\varphi_1 + I_2\sin\varphi_2}{I_1\cos\varphi_1 + I_2\cos\varphi_2} = \frac{\frac{1}{Z_1}\sin\varphi_1 + \frac{1}{Z_2}\sin\varphi_2}{\frac{1}{Z_1}\cos\varphi_1 + \frac{1}{Z_2}\cos\varphi_2}$$

Chú ý: Trong trường hợp phải vẽ lại mạch điện, nếu chập các nút lại chỉ còn 4 nút thì nên đặt 4 nút ở đỉnh một hình thoi trong đó hai nút nối với mạch khác ở hai đầu một đường chéo và hai nút còn lại ở hai đầu đường chéo khác.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG


Z_1
Z_3
Z_5
Z_2
Z_4

Bài toán 1.2.8.

Cho mạch điện hình 1.19

$Z_{L_1} = 6\Omega$, $Z_{L_2} = 4\,\Omega$

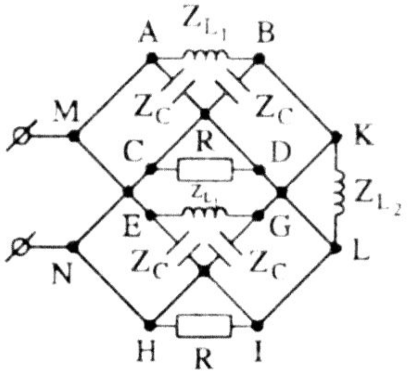
$R = 24\,\Omega$, $Z_C = 12\,\Omega$

Tìm tổng trở mạch điện

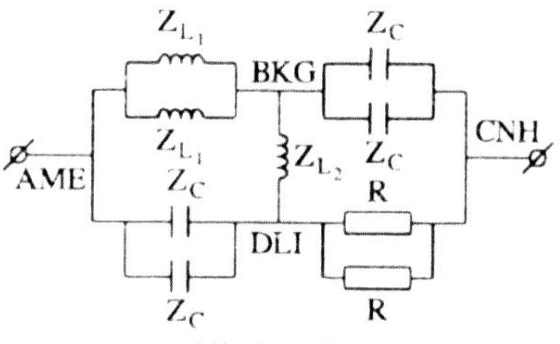
Giải:

Chập nút AME, CNH, BKG, DLI mạch điện được vẽ lại ở hình 1.20:

Mạch điện thu gọn là:


A
Z_{L_1}
B
M
Z_C
Z_C
K
C
R
D
Z_{L_2}
E
Z_{L_1}
G
N
Z_C
Z_C
L
H
R
I

Hình 1.19


Z_{L_1}
BKG
Z_C
Z_{L_1}
Z_{L_2}
Z_C
CNH
AME
Z_C
R
DLI
Z_C
R

Hình 1.20

Trong đó: $Z_1 = \dfrac{Z_L}{2} = 3\ \Omega$

$$Z_2 = \frac{Z_C}{2} = 6\ \Omega$$

$$Z_3 = \frac{Z_C}{2} = 6\ \Omega$$

$$Z_4 = \frac{R}{2} = 12\ \Omega$$

$$Z_5 = Z_L = 4\ \Omega$$

Mạch cầu này có: $\dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{Z_3}{Z_4} \Rightarrow$ Cầu cân bằng

Vậy không có dòng điện qua Z_5 (hay Z_L)

Bỏ Z_L mạch điện có sơ đồ sau

$$(Z_1 \text{ nt } Z_2) \mathbin{//} (Z_3 \text{ nt } Z_4)$$

hay $[(Z_L \mathbin{//} Z_L) \text{ nt } (Z_C \mathbin{//} Z_C)] \mathbin{//} [(Z_C \mathbin{//} Z_C) \text{ nt } (R \mathbin{//} R)]$

Tổng trở: $Z_{12} = |Z_1 - Z_2| = |3 - 6| = 3\ \Omega$

Mạch có tính dung kháng $\Rightarrow i_{12}$ nhanh pha hơn u một góc $\dfrac{\pi}{2}$ rad

$$Z_{34} = \sqrt{Z_3^2 + Z_4^2} = \sqrt{36 + 144} = 6\sqrt{5}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{34} = \frac{Z_4}{Z_{34}} = \frac{12}{6\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \varphi_{34} = 0{,}147\pi \text{ rad}$$

Mạch có tính dung kháng $\Rightarrow i_{34}$ nhanh pha hơn u một góc $0{,}147\pi$ rad

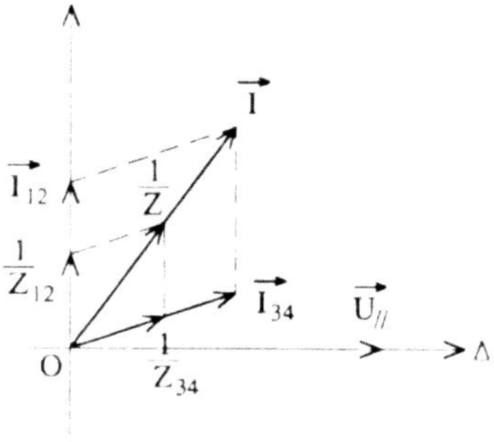
$$\dot{I} = \dot{I}_{12} + \dot{I}_{34}$$

Đặt $u = \sqrt{2}\sin(\omega t)$ (V)

thì $$i_{12} = I_{12}\sqrt{2}\ \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (A)}$$

$$i_{34} = I_{34}\sqrt{2}\ \sin(\omega t + 0{,}147\pi) \text{ (A)}$$

Giản đồ véc tơ vẽ như hình 1.21


$\vec{I}$
$\vec{I}_{12}$
$\frac{1}{Z}$
$\frac{1}{Z_{12}}$
$\vec{I}_{34}$
$\vec{U}_{//}$
O
$\frac{1}{Z_{34}}$

Hình 1.21

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{Z_{12}^2} + \frac{1}{Z_{34}^2} + \frac{2}{Z_{12}Z_{34}}\cos(\varphi_{12} - \varphi_{34})}$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{180} + \frac{2}{3.6\sqrt{5}}\,0{,}446}$$

$$\Rightarrow Z = 2{,}68\ \Omega$$

Bài toán 1.2.9.

Cho mạch điện hình 1.22

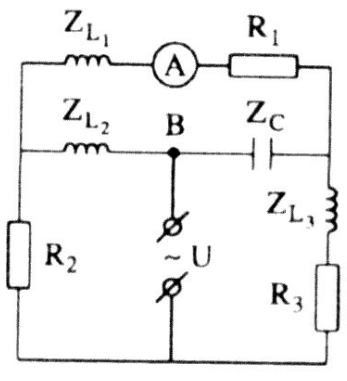
$R_1 = 7\ \Omega$, $R_2 = 6\ \Omega$,

$Z_{L_1} = 5\ \Omega$; $Z_{L_2} = 3\ \Omega$,

$Z_C = 6\Omega$, $Z_{L_3} = 6\sqrt{3}\ \Omega$,

A chỉ 0 (A)

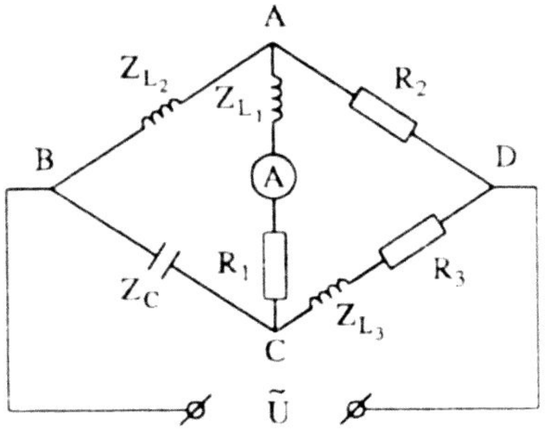
Tìm R_3 và tổng trở toàn mạch


Z_{L_1}
A
R_1
Z_{L_2}
B
Z_C
Z_{L_3}
R_2
~ U
R_3

Hình 1.22

Giải:

Mạch điện được vẽ lại như sau (hình 1.23)



Hình 1.23

Vì $I_A = 0$ nên là mạch cầu cân bằng

$$\Rightarrow \frac{Z_C}{\sqrt{Z_{L_3}^2 + R_3^2}} = \frac{Z_{L_2}}{R_2}$$

$$\Rightarrow R_3 = 6\ \Omega$$

Bỏ cầu đi, ta được mạch: $(R_2$ nt $Z_{L_2})$ // $(Z_C$ nt Z_{L_3} nt $R_3)$

Mạch R_2 nt Z_{L_2} : $Z_1 = \sqrt{R_2^2 + R_{L_2}^2} = \sqrt{36 + 9} = 3\sqrt{5}\ \Omega$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_2}{Z_1} = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \varphi_1 = 26.6^\circ$$

Mạch có tính cảm kháng $\Rightarrow i_1$ chậm pha hơn u một góc 26.6°

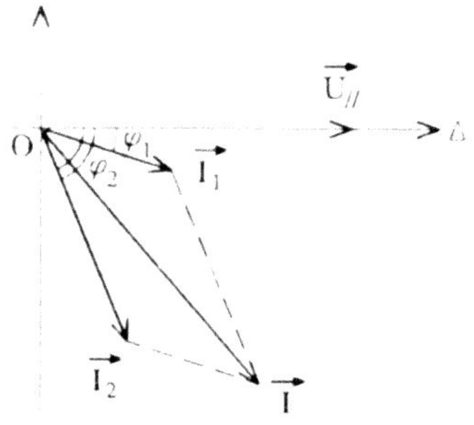
Mạch Z_C nt Z_{L_3} nt R_3: $Z_2 = \sqrt{R_3^2 + (Z_{L_3} - Z_C)^2} = 7.135\ \Omega$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_3}{Z_2} = \frac{6}{7{,}135} = 0{,}806 \Rightarrow \varphi_2 = 36.2^\circ$$

Mạch có tính cảm kháng $\Rightarrow i_2$ chậm pha hơn u một góc 36.2°

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

Giản đồ được vẽ như hình 1.24



$\vec{U}_{//}$
Δ
O
φ_1
φ_2
$\vec{I}_1$
$\vec{I}_2$
$\vec{I}$

Hình 1.24

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} + \frac{2}{Z_1 Z_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{Z^2} = \left(\frac{1}{15}\right)^2 + \frac{1}{55,3^2} + \frac{2}{49,8}.0,986$$

$$\Rightarrow Z \approx 3,51\ \Omega$$

Chương II

CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG CỦA DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

2.1 BÀI TOÁN BIẾT CƯỜNG ĐỘ MẠCH CHÍNH TÍNH CƯỜNG ĐỘ MẠCH RẼ VÀ VIẾT BIỂU THỨC CỦA CHÚNG

Bài toán 2.1.1.

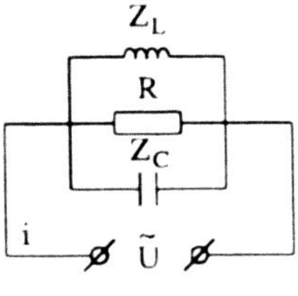
Cho mạch điện như hình vẽ 2.1

$Z_L = R = 10\ \Omega$, $Z_C = 5\Omega$

Cường độ mạch chính:

$i = 1,414\sin(100\pi t)$ (A)

Tìm cường độ dòng điện qua các mạch rẽ và viết biểu thức của chúng.



Hình 2.1

Giải:

Cường độ hiệu dụng mạch chính: $I = \dfrac{1,414}{\sqrt{2}} \approx 1$ (A)

Tổng trở mạch song song

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{100} + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{5}\right)^2}$$

$\Rightarrow Z = 5\sqrt{2}\ \Omega$

Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện mạch chính và hiệu điện thế hai đầu mạch song song:

$$\cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos\varphi = \cos\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}\ \text{rad}$$

$Z_C < Z_L$: mạch có tính dung kháng, cường độ dòng điện mạch chính nhanh pha hơn hiệu điện thế hai đầu mạch song song 1 góc bằng $\frac{\pi}{4}$ rad

$$U = I.Z = 1.5\sqrt{2} = 5\sqrt{2}\ V$$

Cường độ dòng điện qua các mạch rẽ

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2}\ A\ ;\ I_L = \frac{U}{Z_L} = \frac{\sqrt{2}}{2}\ A$$

$$I_C = \frac{U}{Z_C} = \frac{5\sqrt{2}}{5}\ (A) = \sqrt{2}\ A$$

Biểu thức:

$$U = 10\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\ (V)$$

$$i_R = \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\ (A)$$

$$i_L = \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(100\pi t - \frac{3\pi}{4}\right)\ (A)$$

$$i_C = 2\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) = 2\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ (A)$$

Bài toán 2.1.2.

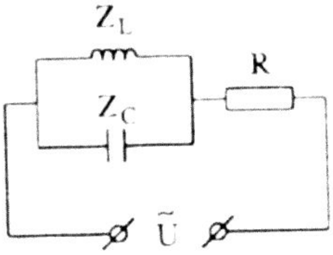
Cho mạch điện hình 2.2

$R = 3\Omega$. $Z_L = 12\Omega$. $Z_C = 3\Omega$

Hiệu điện thế hai đầu mạch có dạng

$u = 25\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ (V)

Tìm cường độ dòng điện ở mạch chính và các mạch rẽ. viết biểu thức của chúng



Hình 2.2

Giải:

Sơ đồ mạch: (Z_L //Z_C) nt R

Tổng trở mạch song song

$$Z = \frac{Z_L Z_C}{Z_L - Z_C} = \frac{12.3}{12-3} = 4\ \Omega$$

$Z_C < Z_L$: Mạch có tính chất dung kháng ⇒ hiệu điện thế hai đầu mạch song song chậm pha hơn cường độ dòng điện mạch chính một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

Chọn thời điểm t(s) sao cho $i = 1\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ (A)

$$\text{thì}\quad \begin{cases} u_{//} = U_{//}\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2}) \text{ (V)} \\ u_R = U_R\sqrt{2}\sin(100\pi t) \text{ (V)} \end{cases}$$

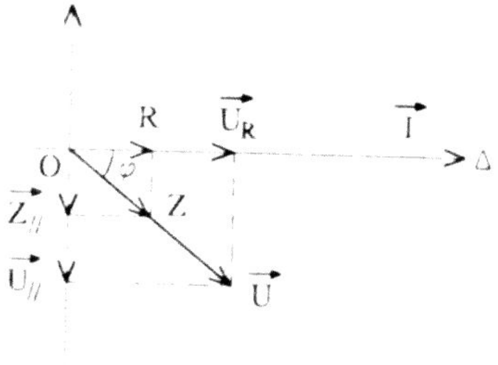
Ta có: $\dot{U} = \dot{U}_{//} + \dot{U}_R$

Giản đồ vectơ như hình 2.3

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_{//}^2} = \sqrt{9 + 16} = 5\ \Omega$$

Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện mạch chính và hiệu điện thế toàn mạch:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Z_{//}}{R} = \frac{4}{3} \Rightarrow \varphi = 53^\circ = 0{,}295\,\pi$$



Hình 2.3

Cường độ dòng điện mạch chính:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{25}{5} = 5A$$

Hiệu điện thế hai đầu mạch song song:

$$U_{//} = I.Z_{//} = 5.4 = 20\ (V)$$

Cường độ dòng điện qua các mạch rẽ:

$$I_L = \frac{U_{//}}{Z_L} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}\ A$$

$$I_C = \frac{U_{//}}{Z_C} = \frac{20}{3}\ A$$

Biểu thức cường độ dòng điện mạch chính:

$$i = 5\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}295\pi)\ (A)$$

Biểu thức hiệu điện thế hai đầu mạch song song:

$$u_{//} = 20\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}295\pi - 0{,}5\pi)$$

$$\Rightarrow u_{//} = 20\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}205\pi)\ (V)$$

Cường độ dòng điện qua Z_L chậm pha hơn $u_{//}$ một góc $\frac{\pi}{2}$ rad:

$$i_L = \frac{5\sqrt{2}}{3} \sin(100\pi t - 0{,}205\pi - 0{,}5\pi)$$

$$\Rightarrow i_L = \frac{5\sqrt{2}}{3} \sin(100\pi t - 0.705\pi)\ (A)$$

Cường độ dòng điện qua Z_C chậmpha hơn $u_{//}$ một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$i_C = \frac{20\sqrt{2}}{3} \sin(100\pi t - 0.205\pi + 0{,}5\pi)$$

$$\Rightarrow i_C = \frac{5\sqrt{2}}{3} \sin(100\pi t + 0{,}295\pi)\ (A)$$

Bài toán 2.1.3.

Có mạch điện hình 2.4

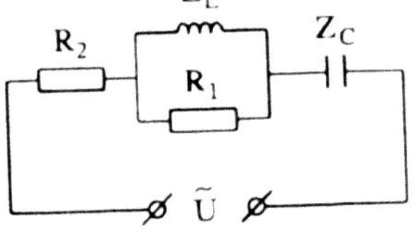
$Z_L = R_1 = 10\Omega$,

$R_2 = 3\Omega$, $Z_C = 3\sqrt{3}\ \Omega$

Cường độ mạch chính có dạng:

$$i = 12\sqrt{2} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})\ (A)$$

Tìm cường độ hiệu dụng ở các mạch rẽ và hiệu điện thế toàn mạch. Viết biểu thức của chúng?



Hình 2.4

Giải:

Sơ đồ mạch: R_2 nt (Z_L // R_1) nt Z_C

Tổng trở mạch song song:

$$Z_{//} = \frac{Z_L \cdot R_1}{\sqrt{Z_L^2 + R_1^2}} = 5\sqrt{2}\ \Omega$$

độ lệch pha giữa hiệu điện thế 2 đầu mạch song song và cường độ dòng điện mạch chính:

$$\cos\varphi = \frac{Z}{R_1} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}\ \text{rad}$$

Mạch song song có tính chất cảm kháng ⇒ u nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

Chọn thời điểm t(s) sao cho phương trình cường độ mạch chính có dạng đơn giản là:

$$i = I\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (A)$$

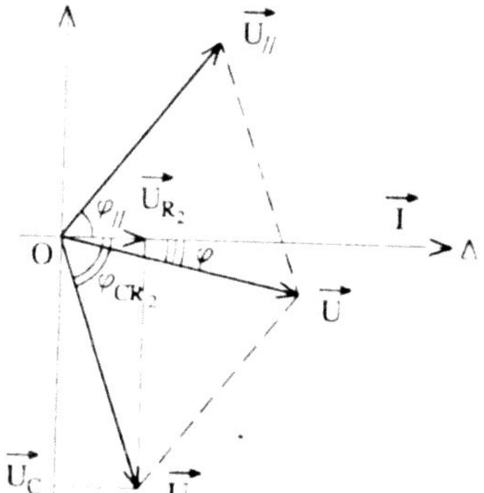
Ta có: $u_R = U_R\sqrt{2}\sin 100\pi t\ \ (V)$

$$u_C = U_C\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})\ \ (V)$$

$$u = U\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})\ (V)$$

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U} + \dot{U}_C$$

Giản đồ được vẽ ở hình 2.5


$\vec{U}_{//}$
$\vec{U}_{R_2}$
$\vec{I}$
O
$\varphi_{//}$
φ
$\vec{U}$
φ_{CR_2}
$\vec{U}_C$
$\vec{U}_{CR_2}$

Hình 2.5

Từ giản đồ ta có:

$$U = \sqrt{U_{//}^2 + U_{CR_2}^2 + 2U_{//}U_{CR_2}\cos(\varphi_{//} - \varphi_{CR_2})}$$

Chia cả hai vế cho I, ta được:

$$Z = \sqrt{Z_{//}^2 + Z_{CR_2}^2 + 2Z_{//}Z_{CR_2}\cos(\varphi_{//} - \varphi_{CR_2})}$$

Ta có: $Z_{CR_2} = \sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = \sqrt{9+27} = 6\ \Omega$

$$\cos\varphi_{CR_2} = \frac{R_2}{Z_{CR_2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_{CR_2} = \frac{\pi}{3}\ \text{rad}$$

$$\Rightarrow Z = \sqrt{50 + 36 - 2.5\sqrt{2}.6.0,259} = 8\Omega$$

Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện mạch chính và hiệu điện thế toàn mạch:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Z_{//}\sin\varphi_{//} + Z_{CR_2}\sin\varphi_{CR_2}}{Z_{//}\cos\varphi_{//} + Z_{CR_2}\cos\varphi_{CR_2}} = \frac{5\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} + 6\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{5\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} + 6\left(\frac{1}{2}\right)} = -0,0245$$

U_{tm} chậm pha hơn i một góc 0,0245 rad = 0,0078π rad

$$U = IZ_{TM} = 12.8 = 96\ (V)$$

$$U = 96\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4} - 0.0078\pi)\ (V)$$

$$U = 96\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0.258\pi)\ (V)$$

Hiệu điện thế 2 đầu mạch song song:

$$U = IZ_{//} = 12\ .\ 5\sqrt{2} = 60\sqrt{2}\ \ (V)$$

$$\Rightarrow u_{//} = 120\sin\ (100\pi t - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4})\ (V)$$

$$\Leftrightarrow u_{//} = 120\sin(100\pi t)\ (V)$$

Cường độ dòng điện qua các mạch rẽ:

$$I_L = \frac{U}{Z_L} = 6\sqrt{2}\ (A)$$

$$I_R = \frac{U}{R_1} = 6\sqrt{2}\ (A)$$

Biểu thức:

$$i_L = 12\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})\ (A)$$

$$i_{R1} = 12\sin(100\pi t)\ (A)$$

Bài toán 2.1.4.

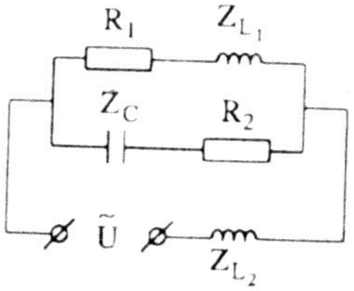
Cho mạch điện hình 2.6

$R_1 = R_2 = Z_C = 6\Omega$;

$Z_{L_1} = 6\sqrt{3}$. $Z_{L_2} = 10\Omega$

$$u = 60\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})\ (V)$$

Tìm cường độ mạch chính, các mạch rẽ, hiệu điện thế toàn mạch và viết biểu thức của chúng.



Hình 2.6

Giải:

Sơ đồ mạch điện:

$$[(R_1 \text{ nt } Z_{L_1}) \,//\, (Z_C \text{ nt } R_2)] \text{ nt } Z_{L_2}$$

Tổng trở các mạch rẽ:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + R_{L_1}^2} = \sqrt{36 + 108} = 12\ \Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + R_C^2} = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}\ \Omega$$

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế giữa hai đầu mạch song song với các cường độ mạch rẽ:

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3}\ \text{rad}$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{4}$$

Mạch 1 có tính cảm kháng ⇒ i_1 chậm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{3}$ rad

Mạch 2 có tính dung kháng ⇒ i_2 nhanh pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

Cường độ dòng điện mạch rẽ:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{60}{12} = 5\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{60}{6\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}\ \text{A}$$

Suy ra $i_1 = 5\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}) = 5\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})$ (A)

$$i_2 = 10\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}) = 10\sin(100\pi t + \frac{3\pi}{4})\ \text{(A)}$$

Tổng trở mạch song song:

Cho u một phương trình đơn giản:

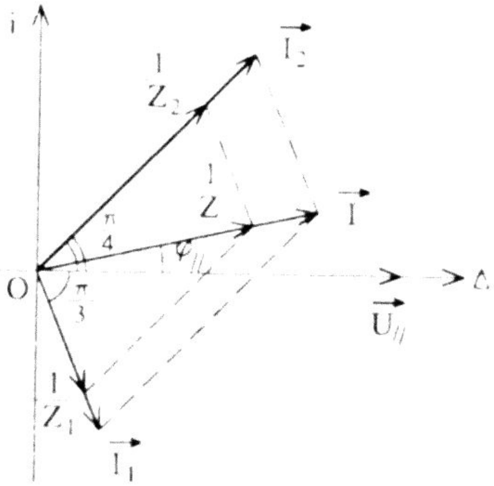
$$u = U\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ \text{(V)}$$

Khi đó $i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{3})$ (A)

$$i_2 = I_2\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})\ \text{(A)}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$$

Ta có giản đồ vectơ sau (hình 2.7)



Hình 2.7

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Thay $I_i = \frac{U}{Z_i}$ và rút gọn 2 vế U ta được công thức tính Z :

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} + \frac{2}{Z_1Z_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{144} + \frac{1}{72} - \frac{2.0{,}259}{12.6\sqrt{2}}}$$

$$\Rightarrow Z = 7{,}97\ \Omega$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{\frac{1}{Z_1}\sin\varphi_1 + \frac{1}{Z_2}\sin\varphi_2}{\frac{1}{Z_1}\cos\varphi_1 + \frac{1}{Z_2}\cos\varphi_2} = \frac{\frac{1}{12}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{1}{6\sqrt{2}}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\frac{1}{12}\cdot\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{6\sqrt{2}}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = 0{,}09$$

$$\Rightarrow \varphi = 0{,}03\pi \text{ rad}$$

i nhanh pha hơn u một góc 0,03π rad

Cường độ mạch chính:

$$I = \frac{U_{//}}{Z_{//}} = \frac{60}{7.97} = 7,53 \quad A$$

$$\Rightarrow i = 7,53\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2} + 0,03\pi)$$

$$\Leftrightarrow i = 7,53\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + 0,53\pi)\ (A)$$

Tổng trở toàn mạch:

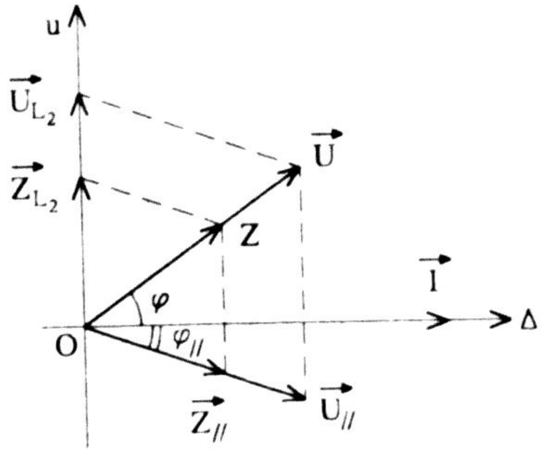
Cho phương trình cường độ mạch chính đơn giản là

$$i = I\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (A)$$

thì $$u_{//} = U_{//}\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0.03\pi)$$

$$U_{L_2} = U_{L_2}\sqrt{2}\sin(100\,\pi t + \frac{\pi}{2})\ (V)$$

Giản đồ vectơ hiệu điện thế được vẽ ở hình 2.8



Hinh 2.8

$$\dot{U} = \dot{U}_{//} + \dot{U}_{L_2}$$

$$Z = \sqrt{Z_{L_2}^2 + Z_{//}^2 = 2Z_{L_2}^2 . Z_{//}\cos(\varphi_{L_2} - \varphi_{//})}$$

$$= \sqrt{100 + 63,52 - 2.10.7.97.0,094)}$$

$$\Rightarrow Z = 12,2\ \Omega$$

Độ lệch pha φ:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Z_{L}\sin\varphi_{L} + Z_{2}\sin\varphi_{2}}{Z_{L}\cos\varphi_{L} + Z_{2}\cos\varphi_{2}} = \frac{10.1 + 7{,}97.0{,}09}{10.0 + 7{,}97.0{,}996} = 1{,}35$$

$$\varphi = 53{,}47^{\circ} = 0{,}297\,\pi \text{ rad}$$

Hiệu điệnthế 2 đầu mạch

$$U = IZ = 7{,}53 \,.\, 12{,}2 = 91{,}87 \text{ (V)}$$

$$\Rightarrow u = 91{,}87\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}53\pi + 0{,}297\pi)$$

$$\Leftrightarrow u = 91{,}87\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}827\pi) \text{ (V)}$$

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 2.1

1. Tìm tổng trở của từng mạch rẽ, độ lệch pha giữa cường độ dòng điện mạch rẽ và hiệu điện thế hai đầu mạch song song. Xác định xem đại lượng nào nhanh pha hơn.

2. Tính tổng trở của mạch song song, độ lệch pha giữa cường độ dòng điện mạch chính và hiệu điện thế hai đầu mạch song song.

3. a) Nếu biết cường độ mạch chính thì tìm hiệu điện thế hai đầu mạch song song theo công thức:

$$U_{//} = I.Z_{//}$$

và viết biểu thức của $u_{//}$ căn cứ vào độ lệch pha giữa cường độmạch chính và hiệu điện thế 2 đầu mạch song song.

b) Nếu biết hiệu điện thế toàn mạch thì tính tổng trở toàn mạch, xác định độlệch pha giữa cường độ dòng điện mạch chính và hiệu điện thế toàn mạch.

$$I = \frac{U}{Z}$$

rồi viết biểu thức của dòng điện này căn cứ vào độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện đã xác định ở trên.

Sau đó, tính hiệu điện thế hai đầu mạch song song nhỏ hơn và viết biểu thức của nó.

1. Tìm cường độ dòng điện qua từng mạch rẽ theo công thức:

$$I_{rẽ} = \frac{U}{Z_{rẽ}}$$

Căn cứ độ lệch pha giữa cường độ dòng điện mạch rẽ và hiệu điện thế mạch song song để viết biểu thức các dòng điện đó.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài 2.1.5.

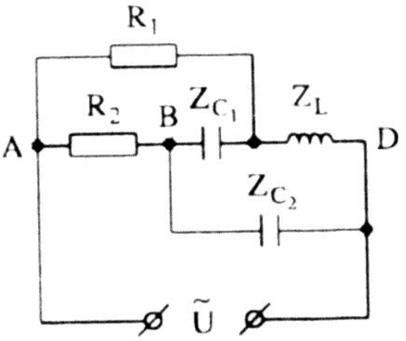
Cho mạch điện hình 2.9

$R_1 = 3\Omega$, $R_2 = Z_L = 6\Omega$,

$Z_{C_1} = Z_{C_2} = 12\ \Omega$.

$i = 12\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{3\pi}{4})$ (A)

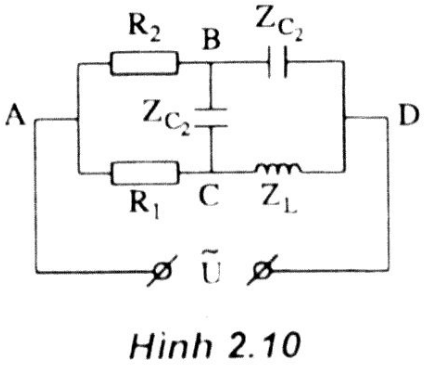
Tìm cường độ dòng điện qua các trở kháng và viết biểu thức của chúng.



Hình 2.9

Giải:

Vẽ lại mạch (hình 2.10)



Hình 2.10

Đây là mạch cầu, lại có:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{Z_C}{Z_L} \Rightarrow \text{Mạch cầu cân bằng.}$$

$\Rightarrow$ Không có dòng điện qua Z_C . Bỏ Z_C ta có mạch sau:

$$(R_2 \text{ nt } Z_C) \,//\, (R_1 \text{ nt } Z_L)$$

Tổng trở các mạch rẽ:

$$Z_1 = \sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = \sqrt{36 + 144} = 6\sqrt{5}\ \Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R_1^2 + Z_L^2} = \sqrt{9 + 36} = 3\sqrt{5}\ \Omega$$

Độ lệch pha:

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_2}{Z_1} = \frac{6}{6\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \varphi_1 = 63{,}43^{\circ} = 0{,}352\,\pi$$

Mạch rẽ 1 có tính dung kháng $\Rightarrow i_1$ nhanh pha hơn u một góc $0{,}352\pi$ rad

Đoạn 2 có: $\cos\varphi_2 = \dfrac{R_1}{Z_2} = \dfrac{3}{3\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \varphi_2 = 0{,}352\,\pi$

Mạch rẽ 2 có tính cảm kháng $\Rightarrow i_2$ chậm pha hơn u một góc $0{,}352\pi$ rad

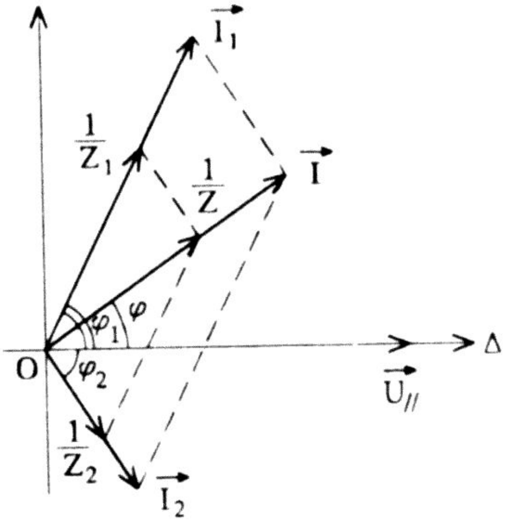
$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

Cho u một phương trình đơn giản:

$$u = U\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (V)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(100\,\pi t + 0{,}352\,\pi)\ (A) \\ i_2 = I_2\sqrt{2}\sin(100\,\pi t - 0{,}352\,\pi)\ (A) \end{cases}$$

Giản đồ vectơ của cường độ dòng điện và nghịch đảo tổng trở được vẽ như hình 2.11:


$\vec{I_1}$
$\frac{1}{Z_1}$
$\frac{1}{Z}$
$\vec{I}$
φ
φ_1
O
φ_2
Δ
$\vec{U_{//}}$
$\frac{1}{Z_2}$
$\vec{I_2}$

Hình 2.11

$$\frac{1}{Z_{//}} = \sqrt{\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2} + \frac{2}{Z_1 Z_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\frac{1}{Z_{//}} = \sqrt{\frac{1}{180} + \frac{1}{45} - \frac{2}{6\sqrt{5}\,.\,3\sqrt{5}}\,.\,0{,}6}$$

$$\Rightarrow Z_{//} \approx 8{,}32\ \Omega$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Z_1\sin\varphi_1 + Z_2\sin\varphi_2}{Z_1\cos\varphi_1 + Z_2\cos\varphi_2}$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{tg}\varphi = \frac{6\sqrt{5}\,.\,0{,}89 - 3\sqrt{5}.0{,}89}{6\sqrt{5}\,.\,0{,}448 + 3\sqrt{5}.0{,}448} = 0{,}66 \Rightarrow \varphi = 0{,}186\pi \text{ rad}$$

$u_{//}$ chậm pha hơn i một góc $0{,}186\pi$ rad.

Hiệu điện thế hai đầu mạch song song:

$$U_{//} = I.Z_{//} = 12\ .\ 8{,}32 = 99{,}84\ (V)$$

$$\Rightarrow u_{//} = 99{,}84\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t - \frac{3\pi}{4} - 0{,}186\,\pi\right)$$

$$\Leftrightarrow u_{//} = 99{,}84\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0{,}936\,\pi)\ (V)$$

Cường độ dòng điện qua các mạch rẽ:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} \approx 7,11\ A$$

$$\Rightarrow i_1 = 7,11\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,936\pi + 0,352\pi)(A)$$

$$\Leftrightarrow i_1 = 7,11\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,584\pi)\ (A)$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} \approx 11,88\ A$$

$$\Rightarrow i_2 = 11,88\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,936\pi - 0,352\pi)\ (A)$$

$$\Leftrightarrow i_2 = 11,88\sqrt{2}\sin(100\pi t - 1,288\pi)\ (A)$$

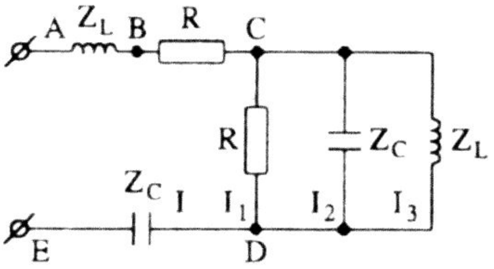
Bài toán 2.1.6.

Cho mạch điện hình 2.12:

$Z_L = Z_C = R = 20\ \Omega$

$u = 200\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})\ (V)$

Tìm I_1, I_2, I_3, I và viết các biểu thức của chúng



Hình 2.12

Giải:

Tổng trở mạch song song:

$$\frac{1}{Z_{//}} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C}\right)^2}$$

$$\Rightarrow Z_{//} = 20\Omega$$

$$\cos\varphi_{//} = \frac{Z_{//}}{R} = \frac{20}{20} = 1 \Rightarrow \varphi_{//} = 0$$

Cường độ mạch chính cùng pha với hiệu điện thế $U_{//}$: Mạch song song giữ vai trò như điện trở thuần R_{CD} với $R_{CD} = Z_{//} = 20\Omega$.

Tổng trở toàn mạch:

$$Z = \sqrt{(Z_L - Z_C)^2 + (R + R_{CD})^2}$$

$$\Leftrightarrow Z = 40\ \Omega$$

$$\cos\varphi = \frac{R + R_{CD}}{Z} = \frac{40}{40} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

Cường độ trong mạch cùng pha với hiệu điện thế của nguồn.

Cường độ dòng trong mạch:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{200}{40} = 5\ A$$

$$\Rightarrow i = 5\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ (A)$$

Hiệu điện thế U_{CD}

$$U_{CD} = U_{//} = IZ = 5.20 = 100\ V$$

$$\Rightarrow u = 100\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ (V)$$

Hiệu điện thế $U_{AB} = I.Z_L = 5.20 = 100\ (V)$

$$\Rightarrow u_{AB} = 100\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow u_{AB} = 100\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{3\pi}{4}\right)\ (V)$$

Cường độ dòng điện các mạch rẽ:

$$I_1 = \frac{U_{//}}{R} = \frac{100}{20} = 5\ A$$

$$\Rightarrow i_1 = 5\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ (A)$$

$$I_2 = \frac{U_{//}}{Z_C} = \frac{100}{20} = 5\ A$$

$$\Rightarrow i_C = 5\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2})$$

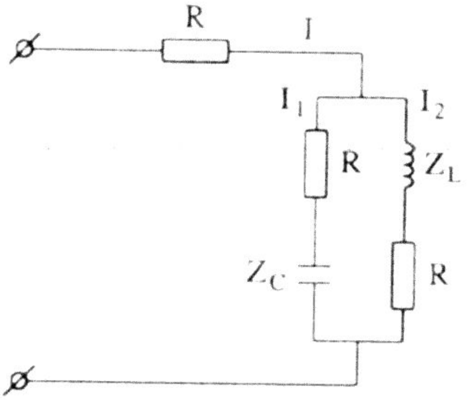
$$\Leftrightarrow i_C = 5\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{3\pi}{4})\ (A)$$

$$I_L = \frac{U}{Z_L} = \frac{100}{20} = 5\ A$$

$$\Rightarrow i_L = 5\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2})$$

$$\Leftrightarrow i_L = 5\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})\ (A)$$

Bài toán 2.1.7.



Hình 2.13

Cho mạch điện hình 2.13

$R = Z_L = Z_C = 10\ \Omega$

$i = 6\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})\ (A)$

Tìm I_1, I_2, U và U

Viết các biểu thức của chúng?

Giải:

Tổng trở các mạch rẽ:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R}{Z_1} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$$

i nhanh pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R}{Z_2} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{4}$$

i_2 chậm pha hơn $u_{//}$ một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

Tổng trở mạch song song:

Cho $u_{//}$ một phương trình đơn giản

$$u_{//} = U_{//}\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (V)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = I_1\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \\ i_2 = I_2\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

$\vec{I}_1$ vuông góc $\vec{I}_2$ nên:

$$\frac{1}{Z_{//}} = \sqrt{\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2}} = \sqrt{\frac{1}{200} + \frac{1}{200}}$$

$$\Rightarrow Z_{//} = 10\Omega$$

$u_{//}$ cùng pha với i:

$$\Rightarrow U_{//} = I.Z_{//} = 6.10 = 60\ V$$

$$\Rightarrow u_{//} = 60\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$I_1 = \frac{U_{//}}{Z_1} = \frac{60}{10\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}\ A$$

$$\Rightarrow i_1 = 6\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow i_1 = 6\sin(100\pi t)\ (A)$$

$$I_2 = \frac{U_{//}}{Z_2} = \frac{60}{10\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}\ A$$

$$\Rightarrow i_2 = 6\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4})$$

$$\Leftrightarrow i_2 = 6\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})\ (A)$$

Vì hiệu điện thế 2 đầu điện trở R và hai đầu mạch song song đều cùng pha với cường độ dòng điện nên:

$$U = U_R + U_{//}$$

$$\Rightarrow U = 120\ V$$

$$\Rightarrow u = 120\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})\ (V)$$

Bài toán 2.1.8.

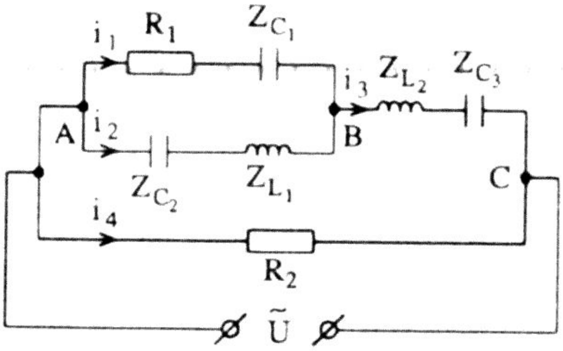
Cho mạch điện hình 2.14

$R_1 = 3\sqrt{3}$, $R_2 = 6\sqrt{3}$

$Z_{L_1} = Z_{L_2} = 12\Omega$

$Z_{C_1} = 3\Omega$, $Z_{C_2} = Z_{C_3} = 6\ \Omega$

$$i = 14.14\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})\ (A)$$



Hình 2.14

Tìm các cường độ hiệu dụng I_1, I_2, I_3, I_4 và viết biểu thức của chúng.

Giải:

Sơ đồ mạch điện

$$\{[(R_1\ nt\ Z_{C_1})\ //\ (Z_{C_2}\ nt\ Z_{L_1})]\ nt\ (Z_{L_2}\ nt\ Z_{C_3}\}\ //R_2$$

Tổng trở đoạn mạch rẽ AB(R_1 nt Z_{C_1})

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{C_1}^2} = \sqrt{27 + 9} = 6\ \Omega$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Z_1 dung kháng ⇒ i_1 nhanh pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{6}$ rad.

Tổng trở mạch rẽ AB(Z_C nt Z_L):

$$Z_2 = \sqrt{(Z_L - Z_C)^2} = Z_L - Z_C = 6\ \Omega$$

$$\cos\varphi_2 = 0 \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$Z_L > Z_C \Rightarrow i_2$ chậm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

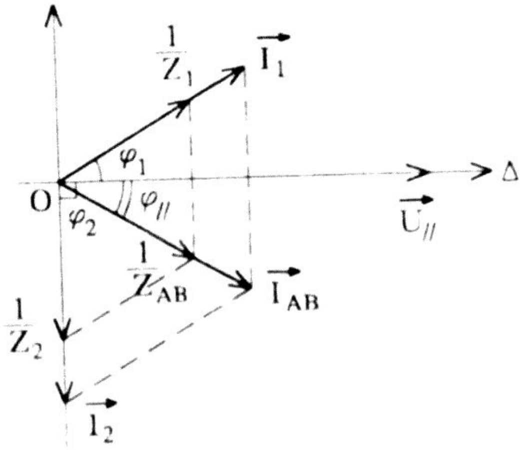
Tổng trở mạch song song AB:

Cho $u_{AB} = U_{AB}\sqrt{2}\sin\omega t$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) \\ i_2 = I_2\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$$

Giản đồ vectơ được vẽ ở hình 2.15


$\frac{1}{Z_1}$
$\vec{I_1}$
φ_1
Δ
O
$\varphi_{//}$
φ_2
$\vec{U_{//}}$
$\frac{1}{Z_{AB}}$
$\vec{I_{AB}}$
$\frac{1}{Z_2}$
$\vec{I_2}$

Hình 2.15

Ta thấy $Z_1 = Z_2 \Rightarrow I_1 = I_2$

$\dot{I}_1$ và $\dot{I}_2$ cùng độ lớn và $(\dot{I}_1 ; \dot{I}_2) = 120°$

nên: $I_{AB} = I_1 = I_2$

$$\Rightarrow Z_{AB} = Z_1 = Z_2 = 6\Omega$$

Cường độ đoạn mạch AB $i_{AB} = i_3$ chậm pha hơn u_3 một góc $\frac{\pi}{6}$ rad.

Tổng trở đoạn mạchBC:

$$Z_3 = Z_L - Z_C = 6\Omega$$

$i_3 = i_{ABC}$ và i_3 chậm pha hơn u_{BC} một góc $\frac{\pi}{2}$ rad (do $Z_{L_3} > Z_{C_3}$).

Tổng trở đoạn mạch ABC:

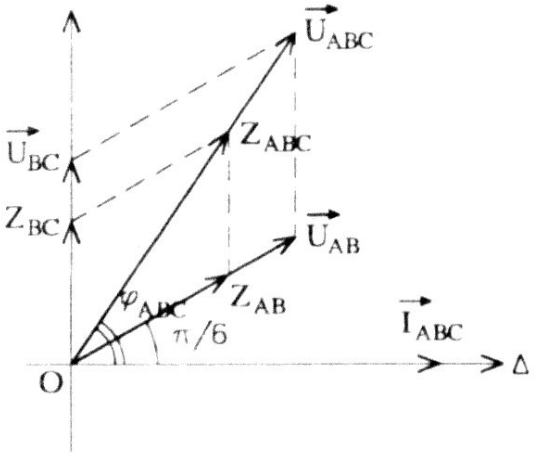
Giả sử $i_3 = I_3\sqrt{2}\ \sin\omega t$ (A)

$$\Rightarrow u_{AB} = U_{AB}\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \frac{\pi}{6})\ (V)$$

$$u_{BC} = U_{BC}\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})\ (V)$$

$$\dot{U}_{AC} = \dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC}$$

Giản đồ vectơ ở hình 2.16


$\vec{U}_{ABC}$
Z_{ABC}
$\vec{U}_{BC}$
Z_{BC}
$\vec{U}_{AB}$
Z_{AB}
φ_{ABC}
$\pi/6$
$\vec{I}_{ABC}$
O
Δ

Hình 2.16

$Z_{AB} = Z_{BC} = 6\Omega$

$\Rightarrow U_{AB} = U_{BC}$ và $U_{AC} = U_{AB}\sqrt{3}$

$\Rightarrow Z_{ABC} = Z_{AB}\sqrt{3} = 6\sqrt{3}\ \Omega$

$\varphi_{ABC} = \dfrac{\pi}{3}$: U_{ABC} nhanh pha hơn i_3 một góc $\dfrac{\pi}{3}$ rad

U_{ABC} chính là U_{AC} ở hai đầu R_2

Tổng trở toàn mạch:

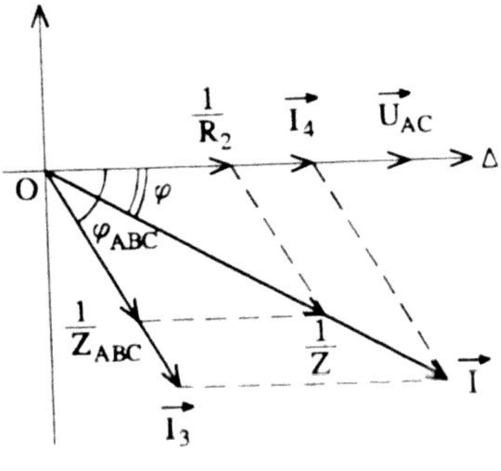
Cho U_{AC} một phương trình đơn giản

$$u_{AC} = U_{AC}\sqrt{2}\ \sin\omega t\ (V)$$

$$\begin{cases} i_3 = I_3\sqrt{2}\sin(\omega t - \dfrac{\pi}{3})\ (A) \\ i_4 = I_4\sqrt{2}\sin\omega t \end{cases}$$

$$\vec{I} = \vec{I}_3 + \vec{I}_4$$

Giản đồ vectơ ở hình 2.17


$\frac{1}{R_2}$
$\vec{I_4}$
$\vec{U_{AC}}$
Δ
O
φ
φ_{ABC}
$\frac{1}{Z_{ABC}}$
$\frac{1}{Z}$
$\vec{I}$
$\vec{I_3}$

Hình 2.17

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R_2^2} + \frac{1}{Z_{ABC}^2} + \frac{2}{R_2 Z_{ABC}} \cos\varphi_{ABC}}$$

$$\Rightarrow Z = 6\ \Omega$$

$$\varphi = 30^o = \frac{\pi}{6}\ \text{rad}$$

$u_{AC} = u$ nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{6}$ rad

Cường độ hiệu dụng dòng điện toàn mạch $I = \frac{14,14}{\sqrt{2}} \approx 10A$

$$\Rightarrow U = I.Z = 10.6 = 60V$$

$$\Rightarrow u = 60\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6})$$

$$\Leftrightarrow u = 60\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})\ (V)$$

$$I_1 = \frac{U_{AC}}{R_2} = \frac{60}{6\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\ A$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{10\sqrt{6}}{3} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})\ (A)$$

$$I_3 = \frac{U_{AC}}{Z_{ABC}} = \frac{60}{6\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\ A$$

$$\Rightarrow i_3 = \frac{10\sqrt{6}}{3} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3})\ (A)$$

$$\Leftrightarrow i_3 = \frac{10\sqrt{6}}{3}\ \sin 100\pi t\ (A)$$

$$u_{AB} = 20\sqrt{6}\ \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})\ (V)$$

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{Z_1} = \frac{20\sqrt{3}}{6} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\ A$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{10\sqrt{6}}{3}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6})$$

$$\Leftrightarrow i_1 = \frac{10\sqrt{6}}{3}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})\ (A)$$

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{Z_2} = \frac{20\sqrt{3}}{6} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\ (A)$$

$$\Rightarrow i_2 = \frac{10\sqrt{6}}{3}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2})$$

$$\Leftrightarrow i_2 = \frac{10\sqrt{6}}{3}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{3})\ (A)$$

2.2. BÀI TOÁN BIẾT CƯỜNG ĐỘ MẠCH RẼ TÍNH CƯỜNG ĐỘ DÒNG ĐIỆN TRONG CÁC MẠCH RẼ KHÁC VÀ HIỆU ĐIỆN THẾ

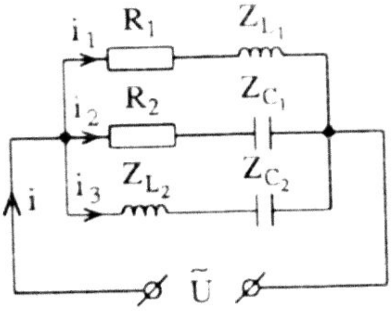
Bài toán 2.2.1.

Cho mạch điện hình 2.18

$R_1 = 3\Omega$; $R_2 = Z_{C_1} = 8\Omega$

$Z_{L_1} = 3\sqrt{3}\ \Omega$; $Z_{L_2} = 10\Omega$:

$Z_{C_2} = 22\Omega$.



Hinh 2.18

$i_1 = 20\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})\ (A)$

Tìm hiệu điện thế hai đầu mạch song song, các cường độ I_2, I_3 và I. Viết các biểu thức.

Giải:

Sơ đồ mạch điện

$$(R_1 \text{ nt } Z_{L_1}\ //\ (R_2 \text{ nt } Z_{C_1})\ //\ (Z_{L_2} \text{ nt } Z_{C_2})$$

Tổng trở Z_1:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{L}^2} = \sqrt{9 + 27} = 6\ \Omega$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3}$$

i_1 chậm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{3}$ rad

$$U = I_1 . Z_1 = 20.6 = 120\ V$$

$$\Rightarrow u = 120\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3})$$

$$\Leftrightarrow u = 120\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})\ (V)$$

Tổng trở Z_2:

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = \sqrt{64 + 64} = 8\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{8}{8\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{4}$$

i_2 nhanh pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{120}{8\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{2}\ (A)$$

$$\Rightarrow i_2 = 15\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4})$$

$$\Leftrightarrow i_2 = 15\sin(100\pi t + \frac{3\pi}{4})\ (A)$$

Tổng trở Z_3:

$$Z_3 = \sqrt{(Z_{C} - Z_{L})^2} = Z_{C} - Z_{L_2} = 12\ \Omega$$

$$\varphi_3 = \frac{\pi}{2}$$

i_3 nhanh pha hơn $u_{//}$ một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$I_3 = \frac{U_{//}}{Z_3} = \frac{120}{12} = 10 \text{ A}$$

$$\Rightarrow i_3 = 10\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow i_3 = 10\sqrt{2}\ \sin(100\pi t)\ (A)$$

Tổng trở mạch song song:

Cho $u_{//}$ một phương trình đơn giản:

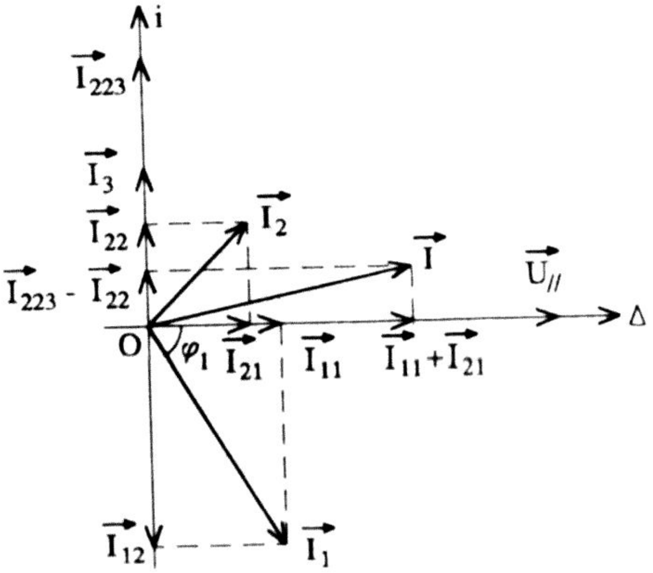
$$u_{//} = U\sqrt{2}\ \sin(100\pi t)\ (V)$$

thì: $$i_1 = I_1\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ (A)$$

$$i_2 = I_2\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ (A)$$

$$i_3 = I_3\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ (A)$$

$$\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}$$


i
$\vec{I_{223}}$
$\vec{I_3}$
$\vec{I_{22}}$
$\vec{I_2}$
$\vec{I}$
$\vec{U_{//}}$
$\vec{I_{223}} - \vec{I_{22}}$
Δ
O
φ_1
$\vec{I_{21}}$
$\vec{I_{11}}$
$\vec{I_{11}} + \vec{I_{21}}$
$\vec{I_{12}}$
$\vec{I_1}$

Hình 2.19

Giản đồ vectơ cường độ (hình 2.19)

Phân tích $\vec{I}_1$ thành 2 thành phần vuông góc trên 2 trục là $\vec{I}_{11}$ và $\vec{I}_{12}$

Phân tích $\vec{I}_2$ thành 2 thành phần vuông góc trên 2 trục là $\vec{I}_{21}$ và $\vec{I}_{22}$.

$$I_{21} = I_{22} = I_2 \cos\frac{\pi}{4} = 7{,}5 \text{ A}$$

$$I_{11} = I_1 \cos\frac{\pi}{3} = 10 \text{ A}$$

$$I_{12} = I_1 \sin\frac{\pi}{3} = 10\sqrt{3} \text{ A}$$

Đặt $I_{223} = I_{22} + I_3 = 17.5\text{A}$

$$I_{223} - I_{12} = 17.5 - 10\sqrt{3} = 0{,}179 \text{ A}$$

$$I_{11} + I_{21} = 17.5 \text{ A}$$

$$I = \sqrt{0{,}179^2 + 17{,}5^2} \approx 17{,}5 \text{ A}$$

Từ giản đồ vectơ

$$\Rightarrow \text{tg}\,\varphi = \frac{I_{233} - I_{12}}{I_{11} + I_{21}} = \frac{0{,}179}{17{,}5} = 0{,}01 \Rightarrow \varphi \approx 0{,}01 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \varphi = 0.003\pi$$

$u_{//}$ chậm pha hơn i một góc 0.003π rad

$$\Rightarrow i = 17.5\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}5\pi + 0{,}003\pi)$$

$$i = 17.5\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}503\pi) \text{ (A)}$$

Bài toán 2.2.2.

Cho mạch hình 2.20

$R_1 = R_2 = 3\Omega$;

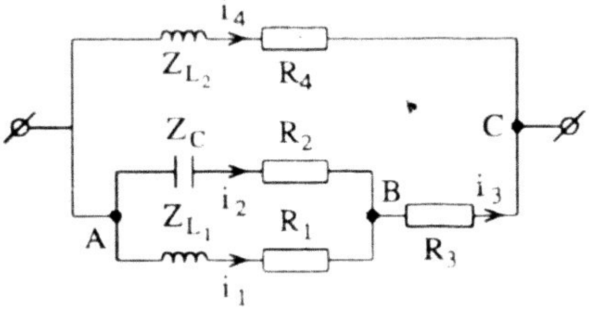
$Z_{L_1} = R_2 = 3\sqrt{3}\ \Omega$;

$Z_{L_2} = R_4 = 6\ \Omega$;

$R_3 = 3\sqrt{2}\ \Omega$

$i_3 = 6\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{12})$ (A)

Viết biểu thức cường độ dòng điện trong các đoạn mạch.



Hình 2.20

Giải:

Sơ đồ mạch điện:

$$\{[(Z_{L_1} \text{ nt } R_1) //(Z_C \text{ nt } R_2)] \text{ nt } R_3\} // (Z_{L_2} \text{ nt } R_4)$$

Tổng trở Z_1: $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{L_1}^2} = \sqrt{9 + 27} = 6\Omega$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3}$$

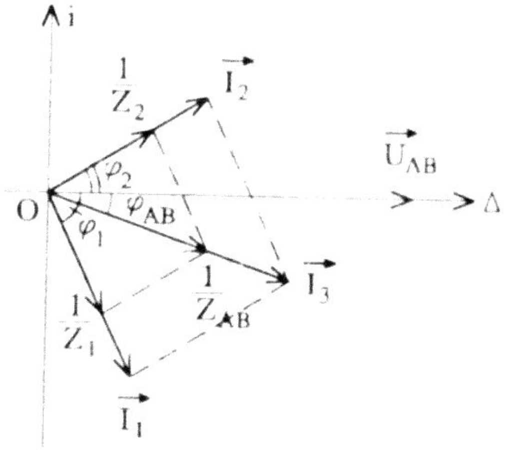
i_1 chậm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{3}$ rad

Tổng trở Z_2: $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = \sqrt{27 + 9} = 6\Omega$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{6}$$

i_2 nhanh pha hơn U_{AB} một góc $\frac{\pi}{6}$ rad

Giản đồ vectơ cường độ (hình 2.21)


i
$\frac{1}{Z_2}$
$\vec{I_2}$
$\vec{U}_{AB}$
Δ
O
φ_2
φ_{AB}
φ_1
$\frac{1}{Z_{AB}}$
$\vec{I_3}$
$\frac{1}{Z_1}$
$\vec{I_1}$

Hình 2.21

$$\vec{I}_3 = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

$$\frac{1}{Z_{AB}} = \sqrt{\frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z_2^2}} = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{36}} \Rightarrow Z_{AB} = 3\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\varphi_{AB} = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{12} \text{ rad}$$

$\Rightarrow u_{AB}$ nhanh pha hơn i_3 một góc $\frac{\pi}{12}$ rad

Hiệu điệnthế U_{AB}

$$U_{AB} = I_3.Z_{AB} = 6.3\sqrt{2} = 18\sqrt{2}\ (V)$$

$$\Rightarrow u_{AB} = 36 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{12}\right)$$

$$\Leftrightarrow u_{AB} = 36\sin(100\pi t)\ (V)$$

Cường độ dòng điện qua Z_1

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{Z_1} = \frac{18\sqrt{2}}{6} = 3\sqrt{2}\ (A)$$

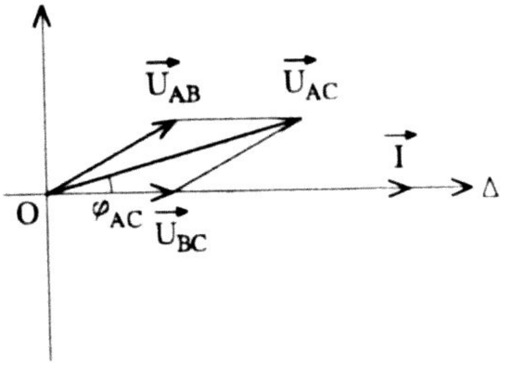
$$\Rightarrow i_1 = 6\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ (A)$$

Cường độ dòng điện qua Z_2:

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{Z_{21}} = \frac{18\sqrt{2}}{6} = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow i_2 = 6\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\ (A)$$

Giản đồ vectơ hiệu điện thế (hình 2.22):



Hình 2.22

$$\vec{U}_{AC} = \vec{U}_{AB} + \vec{U}_{BC}$$

$$U_{BC} = I_3R_3 = 6.3\sqrt{2} = 18\sqrt{2}\ (V)$$

$$\Rightarrow U_{AC} = \sqrt{U^2_{AB} + U^2_{BC} + 2U_{AB}U_{BC}\cos\frac{\pi}{12}} = 50{,}5\ V$$

Vì $U_{AB} = U_{BC} \Rightarrow \varphi_{AC} = \frac{\varphi_{AB}}{2} = \frac{\pi}{24}$ rad

u_{AC} nhanh pha hơn i_3 một góc $\frac{\pi}{24}$ rad

$$\Rightarrow u_{AC} = 50{,}5\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{24}\right)\ (V)$$

Tổng trở Z_4: $Z_4 = \sqrt{R_4^2 + Z_{L_2}^2} = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}\ \Omega$

$$tg\varphi_4 = \frac{Z_{L_2}}{R_4} = 1 \Rightarrow \varphi_4 = \frac{\pi}{4}$$

i_1 chậm pha hơn u_{AC} một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

$$I_1 = \frac{U_{AC}}{Z_1} = \frac{50,5}{6\sqrt{2}} = 5,95 \text{ A}$$

$$\Rightarrow i_1 = 5,95\sqrt{2} \sin\left(100\pi t - \frac{7\pi}{24}\right) \text{ (A)}$$

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 2.2

1. Tìm tổng trở từng mạch rẽ và độ lệch pha giữa các dòng với hiệu điện thế các mạch song song, đồng thời so sánh xem đại lượng nào sớm hay muộn pha hơn.

2. Dùng cường độ mạch rẽ để tính $U_{//} = I_{rẽ} \,.\, Z_{rẽ}$ rồi dùng độ lệch pha đó để viết biểu thức $U_{//}$.

3. Tính I hiệu dụng của dòng điện ở các mạch rẽ khác theo công thức: $I_{rẽ} = \frac{U_{//}}{Z_{rẽ}}$, rồi căn cứ vào độ lệch pha để viết biểu thức của chúng.

4. Dùng vectơ hiệu điện thế 2 đầu mạch song song làm gốc vẽ giản đồ vectơ các dòng điện mạch rẽ và vectơ cường độ dòng điện chính.

Dùng hình học để tính cường độ dòng điện chính và độ lệch pha từ đó viết biểu thức.

5. Nếu mạch song song có mắc nối tiếp với một tổng trở khác nữa thì dùng công thức $Z = \frac{U}{I}$ để tính tổng trở toàn mạch.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 2.2.3.

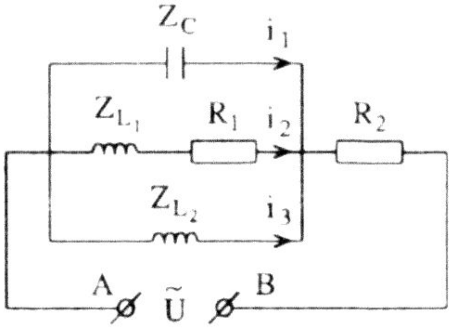
Cho mạch điện hình 2.23

$R_1 = R_2 = 6\sqrt{3}\ \Omega$

$Z_{L_1} = Z_{L_2} = 6\Omega$; $Z_C = 3\Omega$.

$i_1 = 10\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})$ (A)

Viết biểu thức i_2, i_3, u?



Hình 2.23

Giải:

Sơ đồ mạch điện

$$\{Z_C \ // \ (Z_{L_1} \text{ nt } R_1) \ // \ Z_{L_2}\} \text{ nt } R_2$$

$$U_{//} = I_1 \, . \, Z_C = 10 \, .3 = 30 \text{ (V)}.$$

$u_{//}$ chậm pha hơn i_1 một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$u_{//} = 30\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}) = 30\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - \frac{2\pi}{3})\ \text{(V)}$$

$$Z_2 = \sqrt{R_1^2 + Z_{L_1}^2} = 12\ \Omega$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_1}{Z_2} = \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{6}$$

i_2 chậm pha hơn $u_{//}$ một góc $\frac{\pi}{6}$ rad

$$I_2 = \frac{U_{//}}{Z_2} = \frac{30}{12} = 2{,}5\ \text{A}$$

$$\Rightarrow i_2 = 2{,}5\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - \frac{5\pi}{6})\ \text{(A)}$$

i_3 chậm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$i_3 = 5\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - \frac{7\pi}{6})\ (A)$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{u}{Z_L} = \frac{30}{6} = 5\,(A)$$

Cho $u = U\sqrt{2}\sin(100\pi t)$

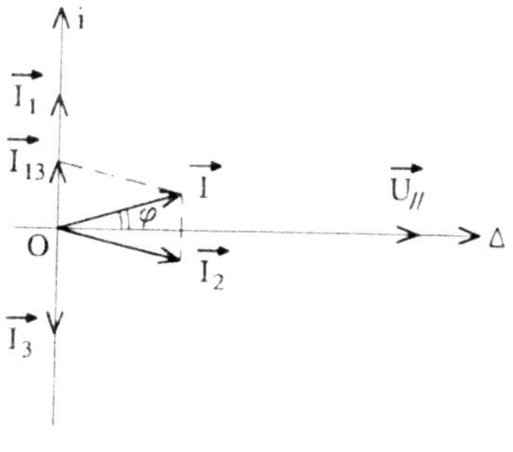
Suy ra: $i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})\ (A)$

$$i_2 = I_2\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})\ (A)$$

$$i_3 = I_3\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})\ (A)$$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$$

Giản đồ vectơ cường độ (hình 2.24)



i
$\vec{I_1}$
$\vec{I_{13}}$
$\vec{I}$
$\vec{U_{//}}$
φ
O
Δ
$\vec{I_2}$
$\vec{I_3}$

Hinh 2.24

$$I_{13} = I_1 - I_3 = 5A$$

$$I = \sqrt{I_{13}^2 + I_2^2 + 2I_{13}I_2\cos(\varphi_{13} - \varphi_2)}$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{25 + 6.25 - 2.5\,.\,2.5\,.\,0.5}$$

$$\Leftrightarrow i \approx 4{,}33A$$

$$tg\,\varphi_{//} = \frac{I_{13}\sin\varphi_{13} + I_2\sin\varphi_2}{I_{13}\cos\varphi_{13} + I_2\cos\varphi_2} = \frac{5.1 - 2{,}5.0{,}5}{5.0 + 2{,}5.\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \varphi_{//} = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow i = 4{,}33\sqrt{2}\,\sin\left(100\pi t - \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow i = 4{,}33\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ (A)$$

Tổng trở đoạn mạch AB

Cho i_{AB} một phương trình đơn giản

$$i = I\sqrt{2}\sin 100\pi t \quad (A)$$

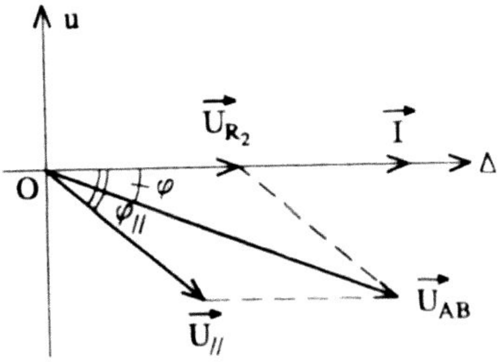
$$\Rightarrow u_{//} = U_{R_2}\sqrt{2}\,\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)\ (V)$$

$$u_{R_2} = U_R\sqrt{2}\,\sin(100\pi t)\ \ (V)$$

với $U_{R_2} = IR_2 = 4{,}33\,.\,6\sqrt{3} = 45\ (V)$

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{//} + \vec{U}_{R_2}$$

Giản đồ vectơ như hình vẽ 2.25



Hình 2.25

$$U = \sqrt{U_{//}^2 + U_{R_2}^2 + 2U_{//}\,U_{R_2}\cos\varphi_{//}}$$

$$= \sqrt{900 + 2025 + 2.30.45.0,5}$$

$$\Rightarrow U \approx 65,38\ (V)$$

$$tg\varphi = \frac{U_{//}\sin\varphi_{//} + U_{R_2}\sin 0^\circ}{U_{//}\cos\varphi_{//} + U_{R_2}\cos 0^\circ}$$

$$\Leftrightarrow tg\varphi = \frac{30.0,866 + 45.0}{30.0,5 + 45.1} = 0,433$$

$$\Rightarrow \varphi = 0,13\ \pi\ rad$$

u_{AB} chậm pha hơn i_{AB} một góc $0,13\pi$ rad

$$\Rightarrow u = 65,38\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - \frac{\pi}{3} - 0,13\pi)$$

$$\Leftrightarrow u = 65,38\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0,463\pi)\ (V)$$

2.3 BÀI TOÁN BIẾT HIỆU ĐIỆN THẾ HAI ĐẦU ĐOẠN MẠCH TÌM CƯỜNG ĐỘ DÒNG ĐIỆN VÀ HIỆU ĐIỆN THẾ Ở CÁC ĐOẠN MẠCH KHÁC.

Bài toán 2.3.1.

Cho mạch điện hình 2.26

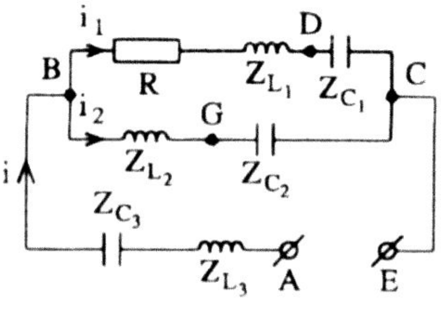
$R = 6\ \Omega$; $Z_{L_1} = Z_{L_3} = 12\Omega$;

$Z_{L_2} = 12\sqrt{2}\ \Omega$; $Z_{C_2} = 6\sqrt{2}\ \Omega$;

$Z_{C_1} = Z_{C_3} = 6\Omega$

$U_{BD} = 20\sqrt{2}\ \sin 100\pi t$

Viết các biểu thức i_1, i_2, i, u_{BC} u_{AB} và u



Hình 2.26

Giải:

Sơ đồ mạch: $[(R \text{ nt } Z_{L_1} \text{ nt } Z_{C_1}) // (Z_{L_2} \text{ nt } Z_{C_2})] \text{ nt } Z_{C_3} \text{ nt } Z_{L_3}$

Tổng trở Z_{BD}

$$Z_{BD} = \sqrt{R^2 + Z_{L_1}^2} = \sqrt{36 + 144}$$

$$\Rightarrow Z_{BD} = 6\sqrt{5}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{BD} = \frac{R}{Z_{BD}} = \frac{6}{6\sqrt{5}} \Rightarrow \varphi_{BD} = 63{,}5^o = 0{,}35\pi$$

i_1 chậm pha hơn U_{BD} một góc $0{,}35\pi$ rad.

$$I_1 = \frac{U_{BD}}{Z_{BD}} = \frac{20}{6\sqrt{5}} = 1{,}49\ A$$

$$\Rightarrow i_1 = 1{,}49\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0{,}35\pi)\ (A)$$

Tổng trở Z_{BDC}

$$Z_{BDC} = \sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2} = \sqrt{36 + 36} = 6\sqrt{2}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R}{Z_{BDC}} = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$$

$u_{BC} = u_{//}$ nhanh pha hơn i_1 một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

Hiệu điện thế 2 đầu mạch song song:

$$U_{//} = I_1 Z_{BDC} = \frac{2\sqrt{5}}{3}.6\sqrt{2} = 12{,}65\ (V)$$

$$\Rightarrow u_{//} = 12{,}65\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0{,}35\pi + \frac{\pi}{4})$$

$$\Leftrightarrow u_{//} = 12{,}65\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0{,}1\pi)\ (V)$$

Tổng trở Z_{BGC}

$$Z_{BGC} = Z_{L_2} - Z_{C_2} = 6\sqrt{2}\ \Omega$$

i_2 chậm pha hơn $u_{//}$ một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

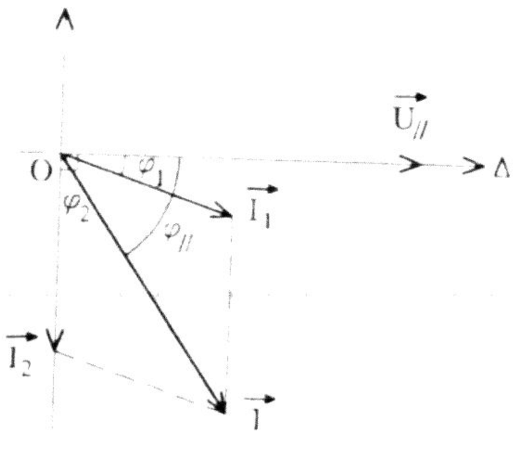
$$I_2 = \frac{U}{Z_{\text{[illegible]}}} = \frac{12,65}{6\sqrt{2}} = 1.49 \text{ A}$$

$$\Rightarrow i_2 = 1.49\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0,1\pi - \frac{\pi}{2})$$

$$\Leftrightarrow i_2 = 1.49\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0,6\pi)\ (A)$$

$$\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$$

Giản đồ vectơ như sau (hình 2.27)



Hình 2.27

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{1.49^2 + 1.49^2 + 2.1.49^2.0,707}$$

$$\Leftrightarrow I = 2.75\ (A)$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{I_2\sin 90^\circ + I_1\sin 45^\circ}{I_2\cos 90^\circ + I_1\cos 45^\circ} = 2.4142$$

$$\Rightarrow \varphi = 67,5^\circ = 0,375\ \pi$$

i chậm pha hơn $u_{//}$ một góc 0,375π rad

$$\Rightarrow i = 2.75\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0,1\pi - 0,375\pi)$$

$$i = 2.75\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0,475\pi)\ (A)$$

Tổng trở Z_{AB}

$$Z_{AB} = Z_{L_2} - Z_{C_2} = 6\Omega$$

u_{AB} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ rad.

Hiệu điện thế U_{AB}:

$$U_{AB} = IZ_{AB} = 2,75 \,.\, 6 = 16,5 \text{ (V)}$$

$$\Rightarrow u_{AB} = 16,5\sqrt{2}\,\sin(100\pi t - 0,475\pi + \frac{\pi}{2})$$

$$\Leftrightarrow u_{AB} = 16,5\sqrt{2}\,\sin(100\pi t + 0,025\pi) \text{ (V)}$$

Tổng trở mạch AE

$$\vec{U}_{AE} = \vec{U}_{AB} + \vec{U}_{BE}$$

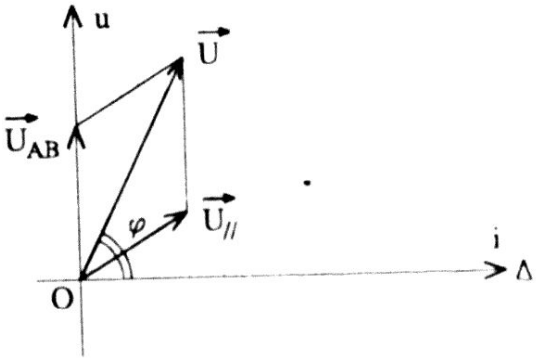
$$\Rightarrow \vec{U}_{AE} = \vec{U}_{AB} + \vec{U}_{//}$$

Cho i một phương trình đơn giản:

$$i = 1\sqrt{2}\,\sin 100\pi t \text{ (A)}$$

$$\begin{cases} u_{AB} = U_{AB}\sqrt{2}\,\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}) \\ u_{//} = U_{//}\sqrt{2}\,\sin(100\pi t + 0,375\pi) \end{cases}$$

Giản đồ vectơ (hình 2.28)



Hình 2.28

$$U = \sqrt{U_{AB}^2 + U_{//}^2 + 2U_{AB}U_{//}\cos(\varphi_{AB} - \varphi_{//})}$$

$$= \sqrt{272{,}25 + 160{,}02 + 2\,.\,16{,}5\,.\,12{,}65\,.\,0{,}92}$$

$\Rightarrow U = 28{,}6$ V

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_{AB}\sin\varphi_{AB} + U_{//}\sin\varphi_{//}}{U_{AB}\cos\varphi_{AB} + U_{//}\cos\varphi_{//}}$$

$$= \frac{16{,}5\,.\,1 + 12{,}65\,.\,0{,}924}{16{,}5\,.\,0 + 12{,}65\,.\,0{,}383}$$

$\Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = 5{,}818 \Rightarrow \varphi = 80{,}4^\circ = 0{,}447\pi$ rad

u nhanh pha hơn i một góc $0{,}447\pi$ rad

$\Rightarrow u = 28{,}6\sqrt{2}\,\sin(100\pi t - 0{,}475\pi + 0{,}447\pi)$

$\Leftrightarrow u = 28{,}6\sqrt{2}\,(\sin 100\pi t - 0{,}028\pi)$ (V)

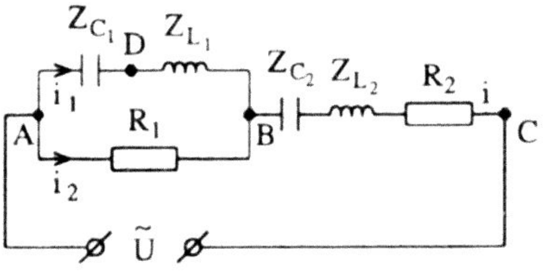
Bài toán 2.3.2.

Cho mạch điện hình 2.29

$R_1 = Z_{C_1} = Z_{L_1} = 6\Omega$;

$Z_{L_2} = Z_{C_2} = 12\Omega$; $R_2 = 6\sqrt{3}\,\Omega$

$U_{BC} = 36\sqrt{2}\,\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6})$ (V)



Hình 2.29

Viết biểu thức u_{AB} và u_{AC}

Giải:

Sơ đồ mạch điện:

$$[(Z_{C_1}\ \text{nt}\ Z_{L_1})\ //\ R_1]\ \text{nt}\ Z_{C_2}\ \text{nt}\ R_2\ \text{nt}\ Z_{L_2}$$

Tổng trở đoạn mạch BC: $Z_{BC} = \sqrt{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2}$

$$= \sqrt{108 + 36} = 12\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{BC} = \frac{R_2}{Z_{BC}} = \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varphi_{BC} = \frac{\pi}{6}$$

i nhanh pha hơn u_{BC} một góc $\frac{\pi}{6}$ rad

$$I = \frac{U_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{36}{12} = 3\ A$$

$$\Rightarrow i = 3\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow i = 3\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\ (A)$$

Tổng trở mạch ADB:

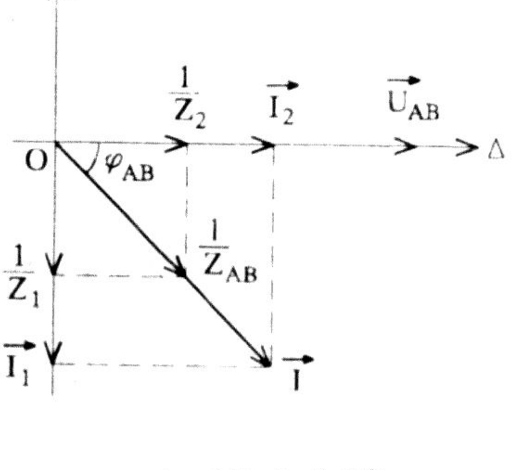
$$Z_{ADB} = Z_{L_1} - Z_{C_1} = 6\Omega$$

Z_{ADB} cảm kháng: i_1 chậm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{2}$ rad.

Tìm tổng trở mạch song song AB:

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

Giản đồ vectơ cường độ (hình 2.30)


i
$\frac{1}{Z_2}$
$\vec{I_2}$
$\vec{U}_{AB}$
Δ
O
φ_{AB}
$\frac{1}{Z_{AB}}$
$\frac{1}{Z_1}$
$\vec{I_1}$
$\vec{I}$

Hình 2.30

$$\Rightarrow \frac{1}{Z_{AB}} = \sqrt{\frac{1}{Z^2_{ADB}} + \frac{1}{R^2_1}} = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{36}}$$

$$\Leftrightarrow Z_{AB} = 3\sqrt{2}\ \Omega \Rightarrow \varphi_{AB} = \frac{\pi}{4}$$

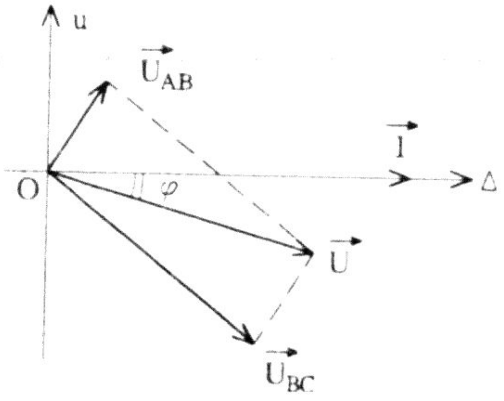
u_{AB} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

$$U_{AB} = IZ_{AB} = 3\ .\ 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}\ V$$

$$\Rightarrow u_{AB} = 18\sin(100\pi t + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4})$$

$$\Leftrightarrow u_{AB} = 18\sin(100\pi t + \frac{7\pi}{12})\ (V)$$

Hiệu điện thế toàn mạch tính theo giản đồ vectơ hình 2.31



Hình 2.31

$$\vec{U} = \vec{U}_{AB} + \vec{U}_{BC}$$

$$U = \sqrt{U^2_{AB} + U^2_{BC} + 2U_{AB}U_{BC}\cos(\varphi_{AB} - \varphi_{BC})}$$

$$\Leftrightarrow U = \sqrt{162 + 1296 + 2.9\sqrt{2}.36.0{,}259}$$

$$\Rightarrow U = 41{,}17\ V$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_{AB}\sin\varphi_{AB} + U_{BC}\sin\varphi_{BC}}{U_{AB}\cos\varphi_{AB} + U_{BC}\cos\varphi_{BC}}$$

$$\Leftrightarrow \text{tg}\varphi = \frac{9.\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} + 36(-0{,}5)}{9.\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} + 36\frac{\sqrt{3}}{2}} = -0{,}224$$

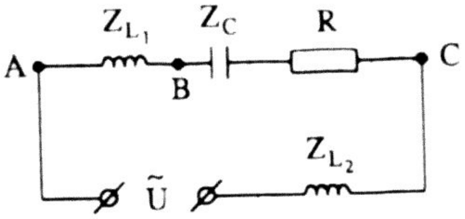
$$\Rightarrow \varphi = -\,0{,}07 \text{ rad}$$

u chậm pha hơn i một góc 0,07 rad

$$\Rightarrow u = 41{,}17\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3} - 0{,}07\pi)$$

$$\Leftrightarrow u = 41{,}17\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + 0{,}263\pi)\ (V)$$

Bài toán 2.3.3.



Hình 2.32

Cho mạch điện hình 2.32

$Z_{L_1} = 8\Omega$; $Z_{L_2} = 12\Omega$;

$R = 6\Omega$; $Z_C = 12\Omega$

$u_{BC} = 60\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ (V)

Viết biểu thức u_{AB}, u và u_{AC}

Giải:

$$Z_{BC} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{36 + 144} = 6\sqrt{5}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{BC} = \frac{R}{Z_{BC}} = \frac{6}{6\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \varphi_{BC} = 0{,}35\,\pi \text{ rad}$$

i trong mạch nhanh pha hơn u_{BC} một góc 0,35π rad

$$I = \frac{U_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{60}{6\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}\ A$$

$$\Rightarrow i = 2\sqrt{10}\ \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4} + 0{,}35\pi)$$

$$\Leftrightarrow i = 2\sqrt{10}\ \sin(100\pi t + 0{,}1\pi)\ (A)$$

u_{AB} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$u_{AB} = I.\ Z_{L_2} = 2\sqrt{5}\ .\ 8 = 16\sqrt{5}\ (V)$$

$$\Rightarrow u_{AB} = 16\sqrt{10}\ \sin\ (100\pi t + 0{,}1\pi + \frac{\pi}{2})$$

$$\Leftrightarrow u_{AB} = 16\sqrt{10}\ \sin\ (100\pi t + 0{,}6\pi)\ (V)$$

Tổng trở đoạn mạch AC:

$$Z_{AC} = \sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2} = \sqrt{36 + 16} = 2\sqrt{13}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{AC} = \frac{R}{Z_{AC}} = \frac{6}{2\sqrt{13}} = 0{,}832$$

$$\Rightarrow \varphi_{AC} = 33{,}7^0 = 0{,}187\ \pi$$

Đoạn mạch AC có tính dung kháng $\Rightarrow$ u_{AC} chậm pha hơn i một góc $0{,}187\pi$ rad

$$U_{AC} = IZ_{AC} = 2\sqrt{5}\ .\ 2\sqrt{13} = 32{,}25\ V$$

$$\Rightarrow u_{AC} = 32{,}25\sqrt{2}\ \sin\ (100\pi t + 0{,}1\pi - 0{,}187\pi)$$

$$\Leftrightarrow u_{AC} = 32{,}25\sqrt{2}\ \sin\ (100\pi t - 0{,}087\pi)\ (V)$$

Tổng trở toàn mạch:

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_{L_1} + Z_{L_2} - Z_C)^2} = \sqrt{36 + 64} = 10\ \Omega$$

Độ lệch pha φ

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

$$\Rightarrow \varphi = 53{,}13^0 = 0{,}295\pi$$

Z cảm kháng $\Rightarrow$ u nhanh pha hơn i một góc $0{,}295\pi$ rad

$$U = I.Z = 2\sqrt{5}\ .10 = 20\sqrt{5}\ (V)$$

$$\Rightarrow u = 20\sqrt{10}\ \sin\ (100\pi t + 0{,}1\pi + 0{,}295\pi)$$

$$\Leftrightarrow u = 20\sqrt{10}\ \sin\ (100\pi t + 0{,}395\pi)\ (V)$$

PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN LOẠI 2.3

1. Tìm tổng trở đoạn mạch đã biết hiệu điện thế, độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế.

2. Tìm cường độ dòng điện trong mạch này theo công thức $I = \frac{U}{Z}$ và viết biểu thức của nó.

3. Tìm tổng trở đoạn mạch cần tính hiệu điện thế và độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế.

- Nếu đoạn mạch này nối tiếp với đoạn mạch trên thì tính hiệu điện hiệu dụng rồi viết biểu thức của hiệu điện thế căn cứ vào độ lệch pha đã tính.
- Nếu đoạn mạch này không nối tiếp với đoạn mạch trên thì phải tính cường độ dòng điện qua nó và độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ này mà viết biểu thức hiệu điện thế.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 2.3.4

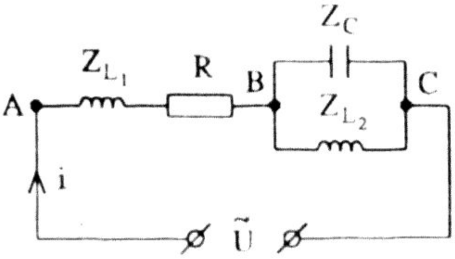
Cho mạch điện hình 2.33

$R = 10\Omega$; $Z_{L_1} = 10\sqrt{3}\ \Omega$

$Z_{L_2} = 6\Omega$; $Z_C = 8\Omega$

$u_{AB} = 120\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (V)

Viết các biểu thức u_{BC} và u



Hình 2.33

Giải:

Sơ đồ mạch điện (Z_c // Z_L) nt Z_L nt R

Tổng trở đoạn mạch AB:

$$Z_{AB} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{100 + 300} = 20\Omega$$

$$\cos\varphi_{AB} = \frac{R}{Z_{AB}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_{AB} = \frac{\pi}{3}$$

Z_{AB} cảm kháng => cường độ i trong mạch điện chậm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{3}$ rad

$$I = \frac{U_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{120}{20} = 6A$$

$$=> i = 6\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3})$$

$$<=> i = 6\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6})\,(A)$$

Tổng trở đoạn mạch BC:

$$Z_{BC} = \frac{Z_L . Z_c}{Z_c - Z_L} = \frac{6.8}{8-6} = 24\Omega$$

Z_{BC} cảm kháng $\Rightarrow$ u_{BC} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$U_{BC} = IZ_{BC} = 6.24 = 144(V)$$

$$=> u_{BC} = 144\sqrt{2}\,\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2})$$

$$<=> u_{BC} = 144\sqrt{2}\,\sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})\,(v)$$

Hiệu điện thế toàn mạch

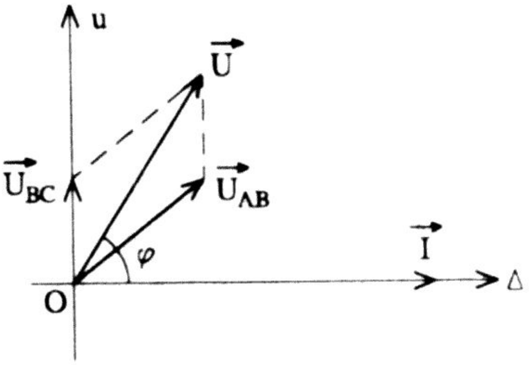
$$\vec{U} = \overrightarrow{U_{AB}} + \overrightarrow{U_{BC}}$$

Cho $i = I\sqrt{2}\sin(100\pi t)$

Thì: $$u_{AB} = U_{AB}\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})\ (V)$$

$$u_{BC} = U_{BC}\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})\ (V)$$

Giản đồ được vẽ ở hình 2.34



Hình 2.34

$$U = \sqrt{U_{AB}^2 + U_{BC}^2 + 2U_{AB}U_{BC}\cos(\varphi_{AB} - \varphi_{BC})}$$

$$\Rightarrow U = \sqrt{14400 + 20736 + 2.120.144.0{,}866}$$

$$\Leftrightarrow U = 255\ (V)$$

$$tg\varphi = \frac{U_{AB}\sin\varphi_{AB} + U_{BC}\sin\varphi_{BC}}{U_{AB}\cos\varphi_{AB} + U_{BC}\cos\varphi_{BC}}$$

$$\Rightarrow tg\varphi = \frac{120 + 144.0{,}866}{144.0{,}5} = 3{,}4$$

$$\Rightarrow \varphi = 73{,}6^\circ = 0{,}41\pi$$

u nhanh pha hơn i một góc $0{,}41\pi$ rad

$$\Rightarrow u = 255\sqrt{2}\,\sin(100\pi t - \frac{\pi}{6} + 0{,}41\,\pi)$$

$$\Leftrightarrow u = 255\sqrt{2}\,\sin(100\pi t + 0{,}24\,\pi)\,(v)$$

Bài toán 2.3.5

Cho mạch điện hình 2.35

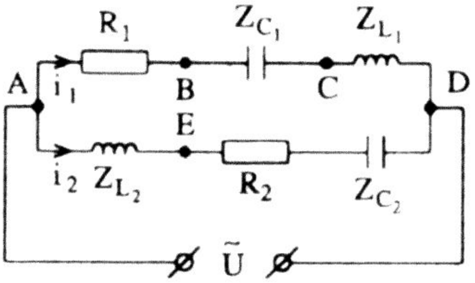
$R_1 = Z_{C_1} = 100\Omega$; $Z_{C_2} = 80\Omega$

$Z_{L_1} = 200\,\Omega$; $Z_{L_2} = 30\Omega$

$R_2 = 50\sqrt{3}\,\Omega$

$u_{BC} = 60\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ (V)

Viết các biểu thức u_{AD}, u_{ED}



Hình 2.35

Giải:

Cường độ dòng điện I_1

$$I_1 = \frac{U_{BC}}{Z_{C_1}} = \frac{60}{100} = 0{,}6\,A$$

i_1 nhanh pha hơn U_{BC} một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$\Rightarrow i_1 = 0{,}6\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2})$$

$$\Leftrightarrow i_1 = 0{,}6\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})\,(A)$$

Tổng trở đoạn mạch ABD

$$Z_{ABD} = \sqrt{R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}$$

$$= \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}\,\Omega$$

Độ lệch pha φ_{ABD}

$$\cos\varphi_{ABD} = \frac{R_1}{Z_{ABD}} = \frac{100}{100\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \varphi_{ABD} = \frac{\pi}{4}\ \text{rad}$$

Z_{ABD} cảm kháng $\Rightarrow u_{ABD}$ nhanh pha hơn $i_{ABD} = i_1$ một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

$$U_{AD} = U_{ABD} = I_1Z_{ABD} = 0{,}6.100\sqrt{2} = 60\sqrt{2}\ \text{(V)}$$

$$\Rightarrow u_{AD} = 120\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow u_{AD} = 120\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ \text{(V)}$$

Tổng trở đoạn mạch AED:

$$Z_{AED} = \sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$= \sqrt{7500 + 2500} = 100\Omega$$

$$\cos\varphi_{AED} = \frac{R_2}{Z_{AED}} = \frac{50\sqrt{3}}{100} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_{AED} = \frac{\pi}{6}\ \text{rad}$$

Z_{AED} dung kháng $\Rightarrow i_2$ nhanh pha hơn u_{AD} một góc $\frac{\pi}{6}$ rad

$$I_2 = \frac{U_{AD}}{Z_{AED}} = \frac{60\sqrt{2}}{100} = 0{,}6\sqrt{2}\ \text{(A)}$$

$$\Rightarrow i_2 = 1{,}2\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow i_2 = 1{,}2\sin\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)\ \text{(A)}$$

Tổng trở đoạn mạch ED:

$$Z_{ED} = \sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = \sqrt{7500 + 6400} = 117{,}9\Omega$$

$$\cos\varphi_{ED} = \frac{R_2}{Z_{ED}} = \frac{50\sqrt{3}}{117{,}9} = 0{,}734$$

$\Rightarrow \varphi_{ED} = 42,73^\circ = 0,237\pi$

Z_{ED} dung kháng $\Rightarrow u_{ED}$ nhanh pha hơn i_2 một góc $0,237\pi$ rad

$$U_{ED} = I_2.Z_{ED} = 0,6\sqrt{2}.117,9 = 100\ (V)$$

$$\Rightarrow u_{ED} = 100\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3} - 0,237\pi\right)$$

$$\Leftrightarrow u_{ED} = 100\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + 0,43\pi)\ (V)$$

2.4. BÀI TOÁN TÌM HIỆU ĐIỆN THẾ HAI ĐẦU MỘT MẠCH PHỨC TẠP (HAY CHO HIỆU ĐIỆN THẾ NÀY, TÌM CÁC ĐẠI LƯỢNG KHÁC)

Một mạch điện phức tạp là mạch điện không gồm các đoạn mạch song song và nối tiếp

Bài toán 2.4.1.

Cho mạch điện hình 2.36:

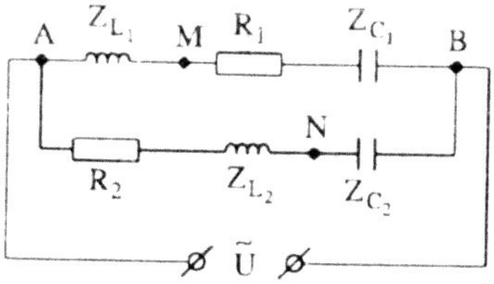
$Z_{L_1} = 6\sqrt{3}\Omega$, $Z_{C_1} = 3\sqrt{3}\ \Omega$

$R_1 = 3\Omega$, $Z_{L_2} = R_2 = 4\Omega$

$Z_{C_2} = 8\Omega$

$U = 120V$

Tìm U_{MN}



Hình 2.36

Giải:

U_{MN} là hiệu điện thế hai đầu một mạch điện hoặc gồm 2 đoạn AM và AN không nối tiếp, không song song hoặc gồm 2 đoạn MB và NB không song song, không nối tiếp.

$$\cos\varphi_{AN} = \frac{R_2}{Z_{AN}} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \varphi_{AN} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

Ta có: $\vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MN} = \vec{U}_{AN}$

với: $U_{AM} = I_1 Z_{L_1}$

$U_{AN} = I_2 Z_{AN}$

Tổng trở đoạn mạch AMB:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (R_{L_1} - Z_C)^2} = \sqrt{9 + 27} = 6\Omega$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3}$$

Z_1 cảm kháng $\Rightarrow$ i_1 chậm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{3}$ rad

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{Z_1} = \frac{U}{Z_1} = \frac{120}{6} = 20\text{A}$$

$$U_{AM} = I_1 . Z_{L_1} = 20.6\sqrt{3} = 120\sqrt{3} \text{ v}$$

u_{AM} nhanh pha hơn i_1 một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

Tổng trở đoạn mạch ANB:

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2}\,\Omega$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{4}$$

Z_2 dung kháng $\Rightarrow$ i_2 nhanh pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{120}{4\sqrt{2}} = 15\sqrt{2} \text{ A}$$

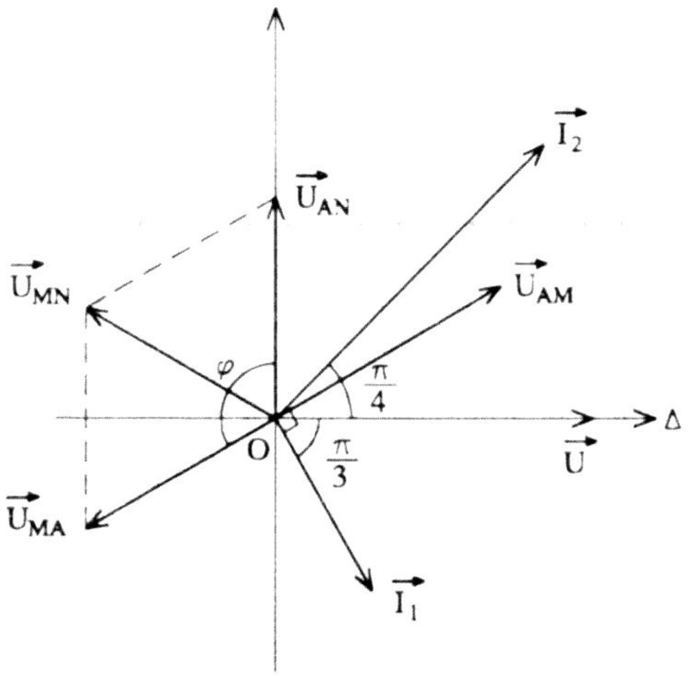
Tổng trở đoạn mạch AN:

$$Z_{AN} = \sqrt{R_2^2 + Z_{L_2}^2} = \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}\ \Omega$$

$$U_{AN} = I_2Z_{AN} = 15\sqrt{2}.4\sqrt{2} = 120\ \text{V}$$

Z_{AN} cảm kháng $\Rightarrow u_{AN}$ nhanh pha hơn i_2 một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

Giản đồ vectơ được vẽ ở hình 2.37 chọn trục gốc là trục $\vec{U}$


$\vec{I_2}$
$\vec{U}_{AN}$
$\vec{U}_{MN}$
$\vec{U}_{AM}$
φ
$\frac{\pi}{4}$
Δ
O
$\frac{\pi}{3}$
$\vec{U}$
$\vec{U}_{MA}$
$\vec{I_1}$

Hình 2.37

Từ giản đồ ta có $\varphi = \frac{\pi}{3}$

$$U_{MN} = \sqrt{U_{AN}^2 + U_{AM}^2 - 2U_{AN}U_{AM}\cos\varphi}$$

$$= \sqrt{14400 + 43200 - 2.120.120\sqrt{3}.0,5}$$

$\Rightarrow U_{MN} = 180,7$ (V)

Bài toán 2.4.2

Cho mạch điện hình 2.38

$R = 60\Omega$, $Z_{L_1} = 80\Omega$

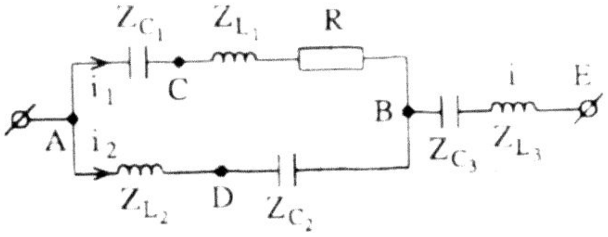
$Z_{C_1} = 20\,\Omega$; $Z_{L_2} = 90\,\Omega$

$Z_{C_2} = 30\,\Omega$; $Z_{C_3} = 40\,\Omega$

$Z_{L_3} = 50\,\Omega$

$I_1 = 0{,}8A$

Tìm U_{CD}, U_{CE} và U_{DE}



Hình 2.38

Giải:

Mạch CD gồm 2 đoạn mạch AC và AD

$$\vec{U}_{AB} = \vec{U}_{AC} + \vec{U}_{CD} \qquad (1)$$

Mạch CE gồm 2 đoạn mạch CB và BE

$$\vec{U}_{CE} = \vec{U}_{CB} + \vec{U}_{BE} \qquad (2)$$

Mạch DE gồm 2 đoạn mạch DB và BE

$$\vec{U}_{DE} = \vec{U}_{DB} + \vec{U}_{BE} \qquad (3)$$

Tổng trở đoạn mạch ACB:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2} = \sqrt{3600 + 3600} = 60\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R}{Z_1} = \frac{60}{60\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$$

Z_1 cảm kháng $\Rightarrow i_1$ chậm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

$$U_{AC} = I_1 Z_{C_1} = 0{,}8.20 = 16\,V$$

u_{AC} chậm pha hơn i_1 một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$Z_{CB} = \sqrt{R^2 + Z_{L_1}^2} = \sqrt{3600 + 6400} = 100\,\Omega$$

$$\cos\varphi_{CB} = \frac{R}{Z_{CB}} = \frac{60}{100} = 0,6 \Rightarrow \varphi_{CB} = 0,295\pi$$

$$U_{CB} = I_1 Z_{CB} = 0,8.100 = 80V$$

u_{CB} nhanh pha hơn i_1 một góc $0,295\pi$ rad

Hiệu điện thế U_{AB}

Tổng trở đoạn mạch ADB:

$$Z_2 = Z_L - Z_C = 90 - 30 = 60\,\Omega$$

Z_2 cảm kháng ⇒ i_2 chậm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{Z_2} = \frac{48\sqrt{2}}{60} = 0,8\sqrt{2}\ V$$

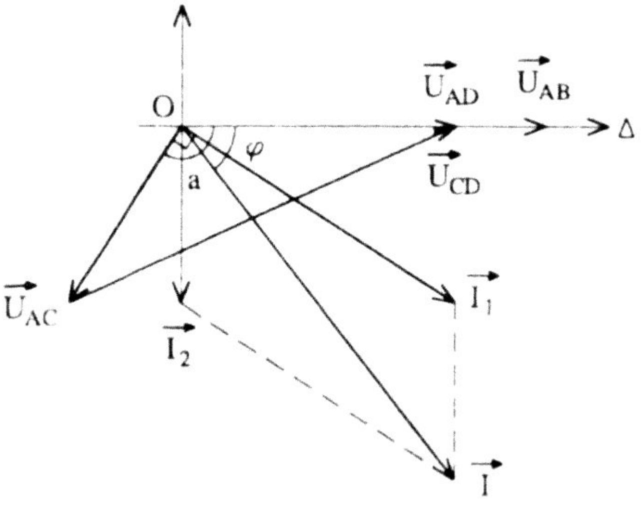
$u_{AD} = I_2 Z_L = 0,8\sqrt{2}.90 = 72\sqrt{2}\ V$

U_{AD} nhanh pha hơn i_2 một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$U_{DB} = I_2.Z_C = 0,8\sqrt{2}.30 = 24\sqrt{2}\ (V)$$

u_{DB} chậm pha hơn i_2 một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

Chọn u_{AB} làm chuẩn, ta có giản đồ vectơ:


O
$\vec{U}_{AD}$
$\vec{U}_{AB}$
Δ
φ
a
$\vec{U}_{CD}$
$\vec{U}_{AC}$
$\vec{I}_1$
$\vec{I}_2$
$\vec{I}$

Hình 2.39

Từ giản đồ vectơ ta có:

$$a = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$$

$$u_{CD} = \sqrt{u_{AC}^2 + u_{AD}^2 - 2u_{AC}.u_{AD}\cos a}$$

$$\Rightarrow u_{CD} = \sqrt{16^2 + (72\sqrt{2})^2 - 2.16.72\sqrt{2}.(\frac{-\sqrt{2}}{2})}$$

$$\Leftrightarrow u_{CD} = 113{,}7 \text{ V}$$

Bây giờ ta tìm cường độ i toàn mạch. Từ hình 2.39 suy ra:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$I = \sqrt{(0{,}8)^2 + (0{,}8)^2.2 + 2.(0{,}8)^2\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$I = 1{,}79\text{A}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{I_1\sin\varphi_1 + I_2\sin\varphi_2}{I_1\cos\varphi_1 + I_2\sin\varphi_2}$$

$$= \frac{0{,}8\frac{\sqrt{2}}{2} + 0{,}8\frac{\sqrt{2}}{2}}{0{,}8.\frac{\sqrt{2}}{2} + 0{,}8\sqrt{2}.0} = 3$$

$$\varphi = 0{,}397\,\pi \text{ rad}$$

i chậm pha hơn U_{AB} một góc $0{,}397\pi$ rad

Tổng trở đoạn mạch BE:

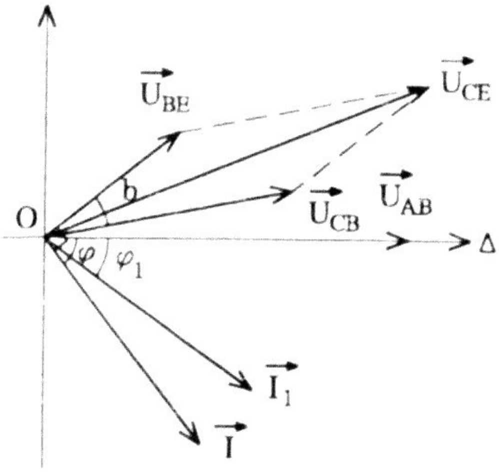
$$Z_{BE} = Z_{L_2} - Z_{C_1} = 10\Omega$$

u_{BE} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$u_{BE} = I.Z_{BE} = 1{,}79 \,.\, 10 = 17{,}9 \text{ (A)}$$

Hiệu điện thế U_{CE}:

Giản đồ vectơ của phương trình vẽ ở hình 2.40


$\vec{U}_{BE}$
$\vec{U}_{CE}$
b
O
$\vec{U}_{CB}$
$\vec{U}_{AB}$
Δ
φ
φ_1
$\vec{I}_1$
$\vec{I}$

Hình 2.40

$$b = \left(\frac{\pi}{2} - 0{,}397\pi\right) - (0{,}295\pi - 0{,}25\pi)$$

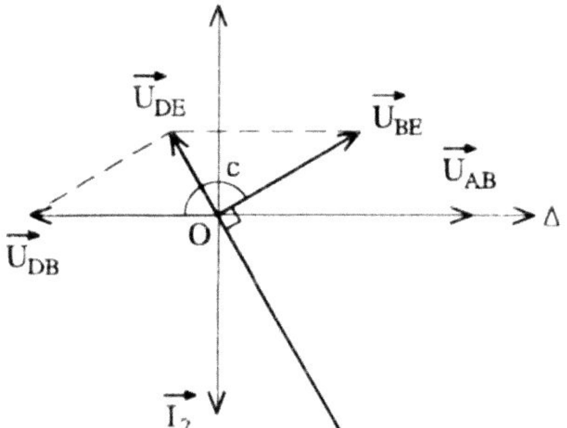
$$= 0{,}058\pi$$

$$U_{CE} = \sqrt{U_{BE}^2 + U_{CB}^2 + 2U_{BE}U_{CB}\cos b}$$

$$\Rightarrow U_{CE} = \sqrt{320{,}4 + 6400 + 2.17{,}9.80.0{,}984}$$

$$\Leftrightarrow U_{CE} = 97{,}66\ \text{V}$$

Hiệu điện thế U_{DE}:


$\vec{U}_{DE}$
$\vec{U}_{BE}$
c
$\vec{U}_{AB}$
Δ
O
$\vec{U}_{DB}$
$\vec{I}_2$
$\vec{I}$

Hình 2.41

Giản đồ của vectơ của phương trình được vẽ ở hình 2.41.

$$c = \pi - (\frac{\pi}{2} - 0,397\pi) = 0,897\pi$$

$$\Rightarrow U_{DE} = \sqrt{U_{DB}^2 + U_{BE}^2 + U_{DB}\,U_{BE}\cos c}$$

$$\Leftrightarrow U_{DE} = \sqrt{1152 + 320,4 - 2.24\sqrt{2}.17,9.0,948}$$

$$\Rightarrow U_{DE} = 17,9\text{ V}$$

Bài toán 2.4.3.

Cho mạch điện hình 2.42:

$R = Z_{C_1} = 100\Omega$

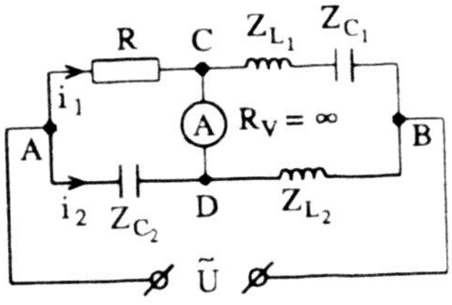
$Z_{L_1} = 200\Omega$

$Z_{C_2} = 120\Omega$

$Z_{L_2} = 60\Omega$

V chỉ 30V

Tìm hiệu điện thế U_{AB}?



Hình 2.42

Giải:

Ta có: $\vec{U}_{AC} + \vec{U}_{CD} = \vec{U}_{AD}$

Vì $R_V = \infty$ nên sơ đồ mạch là:

$$(R\text{nt } Z_{L_1}\text{ nt} Z_{C_1}) \,//\, (Z_{C_1}\text{ nt } Z_{L_2})$$

Tổng trở đoạn mạch ACB

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}$$

$$= \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R}{Z_1} = \frac{100}{100\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}$$

i_1 chậm pha hơn $u_{//}$ một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

$$I_1 = \frac{U_{//}}{Z_1} = \frac{U}{100\sqrt{2}}\ (A)$$

$$U_{AC} = I_1R = \frac{U}{100\sqrt{2}}.100 = \frac{U}{\sqrt{2}}\ (V)$$

u_{AC} cùng pha với i_1

Tổng trở đoạn mạch ADB

$$Z_2 = Z_{C_2} - Z_{L_2} = 60\,\Omega$$

i_2 nhanh pha hơn $U_{//}$ một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{60}$$

$$U_{AD} = I_2Z_{C_2} = \frac{U}{60}.120 = 2U\ (V)$$

u_{AD} nhanh pha hơn i_2 một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

Giản đồ vectơ được biểu diễn như hình 2.43

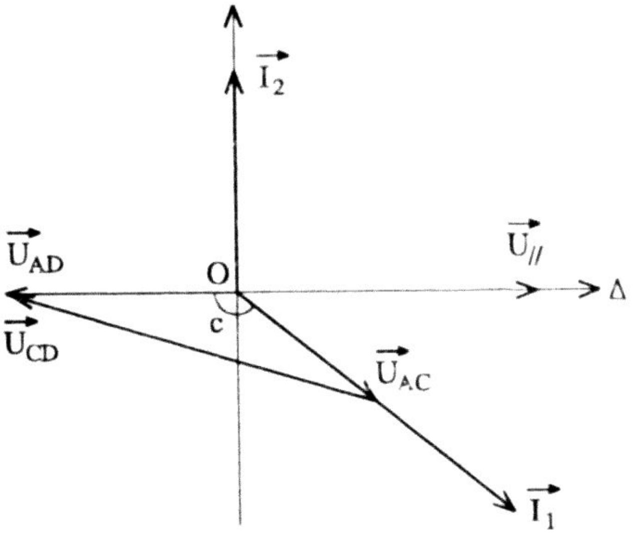
$$U_{CD} = \sqrt{U_{AD}^2 + U_{AC}^2 - 2U_{AD}U_{AC}\cos a}$$

với a = 180° - 45° = 135°

$$\Rightarrow U_{CD} = \sqrt{4U^2 + \frac{U^2}{2} + 2U\frac{U}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Leftrightarrow U_{CD} = \sqrt{5,5U^2} = 30$$

$$\Rightarrow U = 12,79\ V$$



Hình 2.43

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN DẠNG 2.4

1. Phân mạch phức tạp thành các đoạn mạch nhỏ

2. Viết phương trình vectơ hiệu điện thế hiệu dụng để xác lập mối quan hệ giữa hiệu điện thế phải tìm (hoặc đã cho) với hiệu điện thế của các đoạn mạch nhỏ này.

3. Tìm cường độ dòng điện trong các mạch nhỏ theo các phương pháp đã biết, rồi tìm hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch nhỏ, có quan tâm đến độ lệch pha giữa hiệu điện thế và cường độ dòng điện.

4. Vẽ các vectơ cường độ dòng điện rồi vẽ các vectơ hiệu điện thế hai đầu các đoạn mạch nhỏ theo độ lệch pha giữa chúng với cường độ dòng điện.

5. Dùng tam giác vectơ để tìm hiệu điện thế phải tìm.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

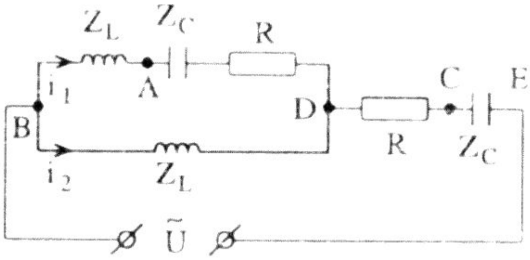
Bài toán 2.4.4.

Cho mạch điện hình 2.44

$R = Z_L = Z_C = 10\Omega$

$U_{AC} = 20$ V

Tìm U



Hình 2.44

Giải:

Ta có: $\vec{U}_{AC} = \vec{U}_{AD} + \vec{U}_{DC}$

$$U_{AD} = I_1 Z_{AD}$$

$$U_{DC} = I.R$$

Tổng trở đoạn mạch BAD:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 10\Omega$$

i_1 cùng pha với u_{BD}

$$I_1 = \frac{U_{BD}}{Z_1} = \frac{U_{BD}}{10} \text{ (A)}$$

$$Z_{AD} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{AD} = \frac{R}{Z_{AD}} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_{AD} = \frac{\pi}{4}$$

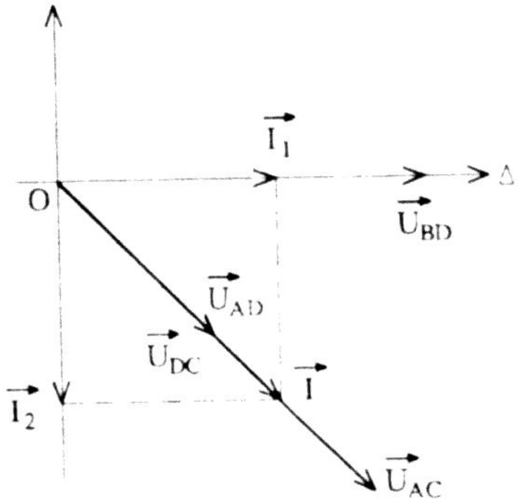
u_{AD} chậm pha hơn i_1 một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

$$U_{AD} = I_1 Z_{AD} = \frac{U_{BD}}{10}.10\sqrt{2} = U_{BD}\sqrt{2} \text{ (V)}$$

$$I_2 = \frac{U_{BD}}{Z_L} = \frac{U_{BD}}{10} \text{ (A)}$$

i_2 chậm pha hơn U_{BD} một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

Giản đồ vectơ được vẽ ở hình 2.45



$\vec{I_1}$
O
Δ
$\vec{U_{BD}}$
$\vec{U_{AD}}$
$\vec{U_{DC}}$
$\vec{I}$
$\vec{I_2}$
$\vec{U_{AC}}$

Hình 2.45

Cường độ mạch chính:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{\frac{U_{BD}^2}{100} + \frac{U_{BD}^2}{100}} = \frac{U_{BD}\sqrt{2}}{10} \text{ (A)}$$

$$U_{DC} = IR = \frac{U_{BD}\sqrt{2}}{10}.10 = U_{BD}\sqrt{2} \text{ (V)}$$

u_{DC} cùng pha với i

$$U_{AC} = U_{AD} + U_{DC}$$

$$\Leftrightarrow U_{AC} = U_{BD}\sqrt{2} + U_{BD}\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow U_{AC} = 2U_{BD}\sqrt{2} = 20$$

$$\Rightarrow U_{BD} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} \text{ (V)}$$

$$\Rightarrow I = \frac{U_{BD}\sqrt{2}}{10} = 1\text{A}$$

u_{BD} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{4}$ rad (vì cùng pha với i_1)

$$\vec{U} = \vec{U}_{BD} + \vec{U}_{DE}$$

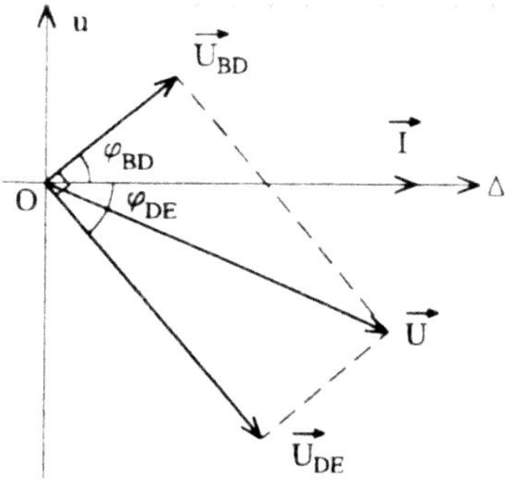
$$Z_{DE} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{DE} = \frac{R}{Z_{DE}} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_{DE} = \frac{\pi}{4}$$

u_{DE} chậm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

$$U_{DE} = I.Z_{DE} = 1.10\sqrt{2} = 10\sqrt{2}\ (V)$$

Giản đồ vectơ được vẽ như hình 2.46


u
$\vec{U}_{BD}$
$\vec{I}$
φ_{BD}
O
φ_{DE}
Δ
$\vec{U}$
$\vec{U}_{DE}$

Hình 2.46

$$U = \sqrt{U_{BD}^2 + U_{DE}^2}$$

$$\Rightarrow U = \sqrt{50 + 200}$$

$$\Leftrightarrow U = 5\sqrt{10}\ (V)$$

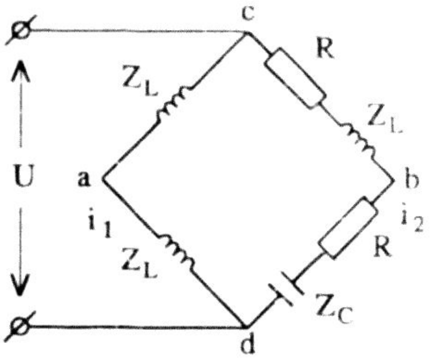
Bài toán 2.4.5

Cho mạch điện hình 2.47

$R = Z_L = Z_C = 10\Omega$

$V = 100$ (V)

Tìm U_{ab}



Hình 2.47

Giải:

$$\vec{U}_{ca} + \vec{U}_{ab} = \vec{U}_{cb}$$

Tổng trở cad: $Z_{cad} = 2Z_L = 20\Omega$

i_1 chậm pha hơn u_{cd} một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$I_1 = \frac{U}{Z_{cad}} = \frac{100}{20} = 5A$$

$$U_{ca} = I_1 Z_L = 5.10 = 50V$$

u_{ca} nhanh pha hơn i_1 một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

Tổng trở đoạn mạch cbd:

$$Z_{cbd} = \sqrt{(2R)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 2R = 20\Omega$$

i_2 cùng pha với u_{cd}

$$I_2 = \frac{U}{Z_{cbd}} = \frac{100}{20} = 5A$$

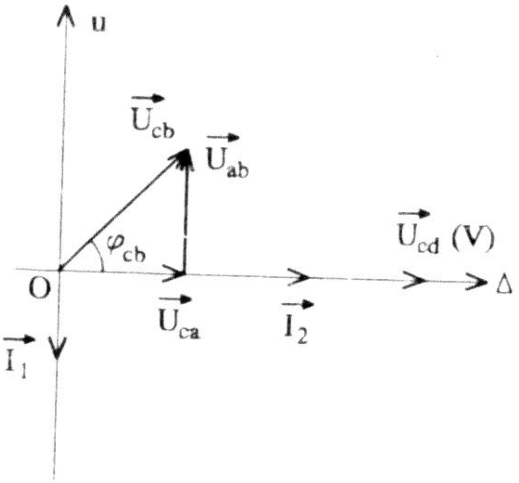
$$Z_{cb} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{100+100} = 10\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{cb} = \frac{R}{Z_{cb}} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_{cb} = \frac{\pi}{4}$$

u_{cb} nhanh pha hơn i_2 một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

$$U_{cb} = I_2.Z_{cb} = 5.10\sqrt{2} = 50\sqrt{2}\ (V)$$

Giản đồ vectơ được vẽ ở hình 2.48


u
$\overrightarrow{U_{cb}}$
$\overrightarrow{U_{ab}}$
φ_{cb}
$\overrightarrow{U_{cd}}$ (V)
O
Δ
$\overrightarrow{U_{ca}}$
$\overrightarrow{I_2}$
$\overrightarrow{I_1}$

Hình 2.48

$$U_{ab} = \sqrt{U_{ca}^2 + U_{cb}^2 - 2U_{ca}U_{cb}\cos\varphi_{cb}}$$

$$\Leftrightarrow U_{ab} = \sqrt{2500 + 5000 - 2.50.50\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Leftrightarrow U_{ab} = 50\ (V)$$

Bài toán 2.4.6

Cho mạch điện hình 2.49

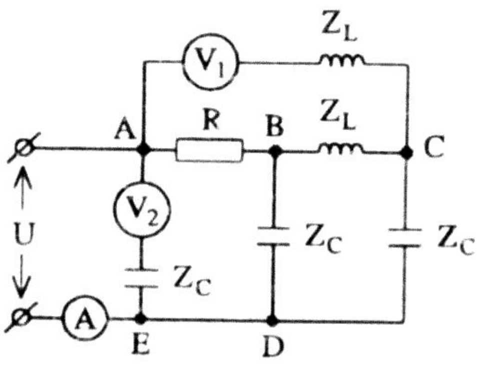
$R = Z_C = 10\Omega$

$Z_L = 30\Omega$

$R_V = \infty$

A = 3A

Hỏi các vôn kế chỉ bao nhiêu?


Z_L
V_1
A
R
B
Z_L
C
U
V_2
Z_C
Z_C
Z_C
A
E
D

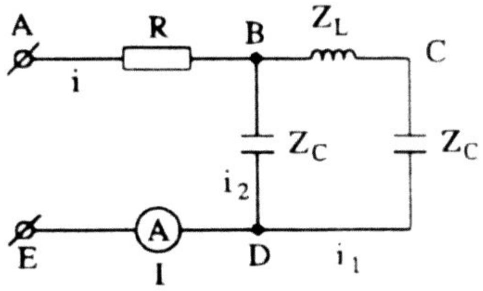
Hình 2.49

Giải:

v_1 chỉ U_{AC}

v_2 chỉ $U_{AE} = U = U_{AD}$

Mạch điện được vẽ lại như hình 2.50



Hình 2.50

Tổng trở mạch BCD

$$Z_{BCD} = Z_L - Z_C = 30 - 10 = 20\Omega$$

Z_{BCD} cảm kháng: i_1 chậm pha hơn u_{BD} một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$I_1 = \frac{U_{BD}}{Z_{BCD}} = \frac{U_{BD}}{20}$$

$$I_2 = \frac{U_{BD}}{Z_C} = \frac{U_{BD}}{10}$$

i_2 nhanh pha hơn u_{BD} một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$$

$$I = I_2 - I_1 = \frac{U_{BD}}{10} - \frac{U_{BD}}{20} = \frac{U_{BD}}{20} = 3$$

$$\Rightarrow U_{BD} = 60V$$

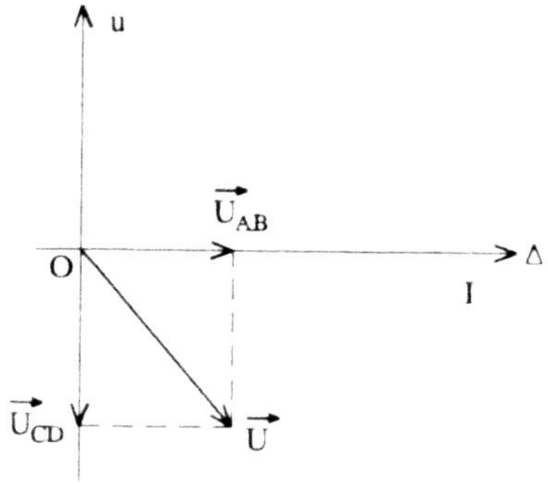
i toàn mạch nhanh pha hơn u_{BD} một góc $\frac{\pi}{2}$ rad

$$\Rightarrow I_1 = \frac{U_{BD}}{20} = \frac{60}{20} = 3A \; ; \; I_2 = \frac{U_{BD}}{10} = \frac{60}{10} = 6A$$

$$\vec{U} = \vec{U}_{AB} + \vec{U}_{BD}$$

U_{AB} cùng pha với i.

Giản đồ vectơ được vẽ ở hình 2.51



Hình 2.51

$$U_{AB} = IR = 3.10 = 30V$$

$$\Rightarrow U = \sqrt{U_{AB}^2 + U_{BD}^2} = \sqrt{900 + 3600} = 30\sqrt{5} \text{ (V)}$$

v_2 chỉ $30\sqrt{5}$ (V)

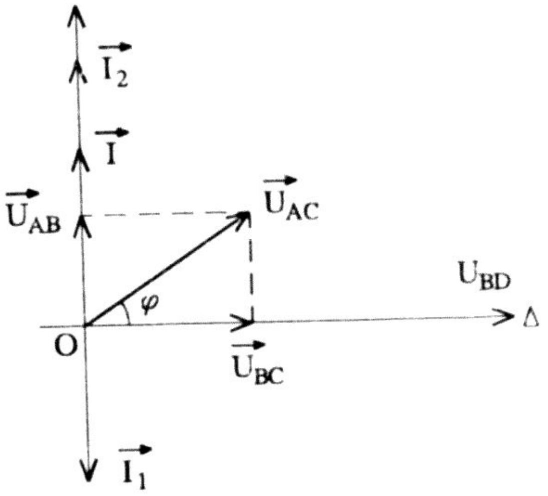
Hiệu điện thế U_{AC}

$$\vec{U}_{AC} = \vec{U}_{AB} + \vec{U}_{BC}$$

u_{BC} nhanh pha hơn i_1 một góc $\frac{\pi}{2}$ rad hay chậm pha hơn i_2 là $\frac{\pi}{2}$ rad

$$U_{BC} = I_1 Z_L = 3.\ 30 = 90V$$

Giản đồ vectơ được vẽ ở hình 2.52


$\vec{I_2}$
$\vec{I}$
$\vec{U}_{AB}$
$\vec{U}_{AC}$
U_{BD}
φ
O
Δ
$\vec{U}_{BC}$
$\vec{I_1}$

Hình 2.52

$$U_{AC} = \sqrt{U_{AB}^2 + U_{BC}^2} = \sqrt{900 + 8100} = 94{,}86\ V$$

v_1 chỉ 94,86 V

2.5. BÀI TOÁN LẬP CÁC BIỂU THỨC HIỆU ĐIỆN THẾ VÀ CƯỜNG ĐỘ DÒNG ĐIỆN THEO SỐ CHỈ CÁC DỤNG CỤ ĐO ĐIỆN VÀ GIẢN ĐỒ VECTƠ

Bài toán 2.5.1.

Có mạch điện hình 2.53

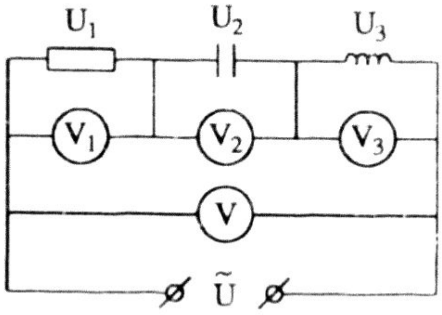
V_1 chỉ 30V

V_2 chỉ $30\sqrt{3}$ V

V_3 chỉ 108 V

V chỉ 80V

R = 15Ω


U_1
U_2
U_3
V_1
V_2
V_3
V
Ũ

Hình 2.53

$R_V = \infty$. Pha ban đầu của dòng điện bằng 0, tần số f = 50Hz. Viết các biểu thức u_1, u_2, u_3, u và i

Giải:

Giả sử cuộn cảm là thuần cảm

Khi đó $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{900 + 3140} = 63{,}56\,V$

Khác hiệu điện thế U = 80V mà vôn kế V chỉ

Vậy cuộn cảm có điện trở thuần R_0

Cho $i = I\sqrt{2}\ \sin\omega t\ = I\ \sqrt{2}\ \sin(100\pi t)\ (A)$

Suy ra:
$$u_1 = U_1\sqrt{2}\ \sin\omega t = 30\sqrt{2}\ \sin(100\pi t)\ (V)$$

$$u_2 = U_2\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$= 30\sqrt{6}\ \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})\ (V)$$

$$u_3 = U_3\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi_3)$$

$$= 108\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \varphi_3)\ (V)$$

$$u = U\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi)$$

$$= 80\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \varphi)\ (V)$$

Cần tính φ_3 và φ

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

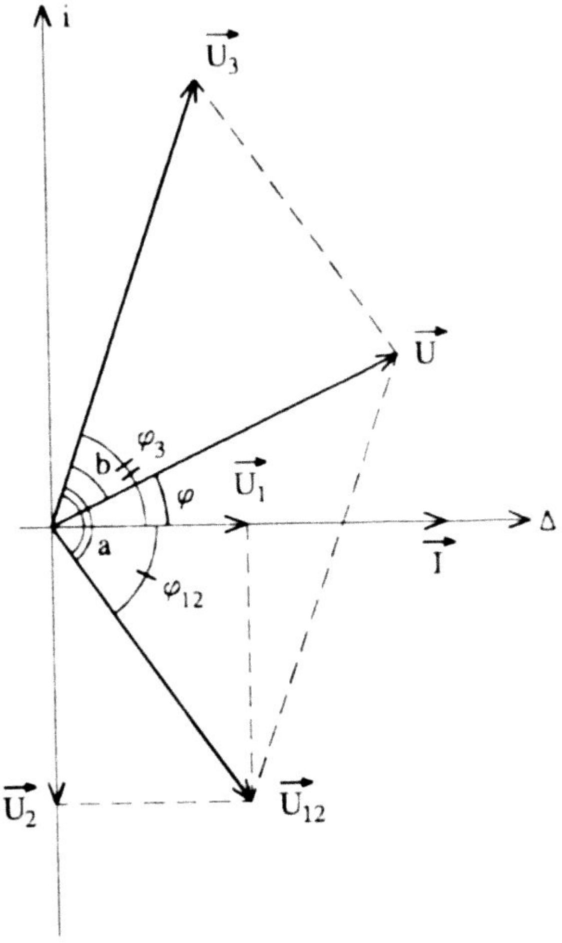
$$\overrightarrow{U} = \overrightarrow{U_1} + \overrightarrow{U_2} + \overrightarrow{U_3}$$

Giản đồ vectơ được vẽ ở hình 2.54

$$U_{12} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = \sqrt{900 + 2700}$$

$$\Rightarrow U_{12} = 60V$$

$$tg\,\varphi_{12} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{30\sqrt{3}}{30} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi_{12} = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$


i
$\vec{U_3}$
$\vec{U}$
φ_3
b
φ
$\vec{U_1}$
Δ
$\vec{I}$
a
φ_{12}
$\vec{U_2}$
$\vec{U_{12}}$

Hình 2.54

Ta có: $U^2 = U_3^2 + U_{12}^2 + 2U_3.U_{12}\cos a$

$$\Rightarrow \cos a = \frac{U^2 - U_3^2 - U_{12}^2}{2U_3.U_{12}} = \frac{6400 - 11664 - 3600}{2.108.60}$$

$$\cos a = -0{,}684 \Rightarrow a = 133{,}15^\circ$$

$$\Rightarrow \varphi_3 = a - \varphi_{12} = 73{,}15^\circ = 0{,}41\pi \text{ rad}$$

u_3 nhanh pha hơn i một góc 0,406 π rad

$$\Rightarrow u_3 = 108\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}41\pi)\ (V)$$

Xét tam giác có 2 cạnh là $\vec{U}$ và $\vec{U_3}$ ta có:

$$\cos b = \frac{U_1^2 + U^2 - U_{12}^2}{2U_1 . U} = \frac{11664 + 6400 - 3600}{2.108.80} = 0{,}837$$

$$\Rightarrow b = 33{,}17^\circ$$

$$\Rightarrow \varphi = \varphi_1 - b = 39{,}98^\circ = 0{,}22\pi$$

u nhanh pha hơn i một góc 0,22π rad

$$\Rightarrow u_1 = 80\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + 0{,}22\pi)\ (V)$$

$$I = \frac{U_1}{R} = \frac{30}{15} = 2A$$

$$\Rightarrow i = 2\sqrt{2}\sin 100\pi t\ (A)$$

Bài toán 2.5.2.

Cho mạch điện hình 2.55

A_1 chỉ 3A

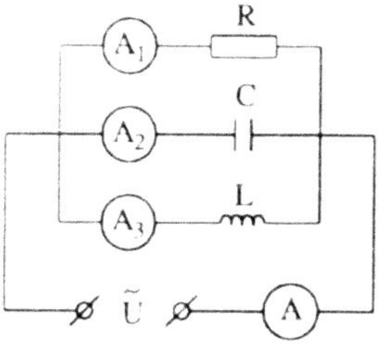
A_2 chỉ 4A

A_3 chỉ 10A

A chỉ $5\sqrt{3}$ A

$u = U\sqrt{3}\sin(100\pi t)$ (V)

Lập biểu thức i_1, i_2, i_3 và i



Hình 2.55

Giải:

Giả sử cuộn cảm là thuần cảm

Khi đó:

$$I = \sqrt{I_1^2 + (I_3 - I_2)^2} = \sqrt{9 + 36} = 6{,}7A$$

Vì 6,7A ≠ $5\sqrt{3}$ A do ampe kế A chỉ. Vậy cuộn cảm có điện trở thuần R_0

$$U = U\sqrt{2}\ \sin 100\pi t\ (V)$$

nên $i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(100\pi t) = 3\sqrt{2}\ \sin 100\pi t\ (A)$

$$i_2 = I_2\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}) = 4\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})\ (A)$$

$$i_3 = I_3\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \varphi_3)\ (A)$$

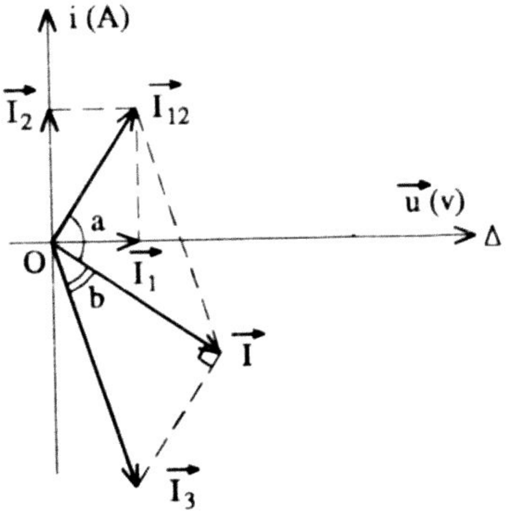
$$i = I\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + \varphi)\ (A)$$

Tìm φ_3 và φ

$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$$

Giản đồ vectơ được vẽ ở hình 2.56



Hình 2.56

$$I_{12} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{9+16} = 5A$$

$$tg\varphi_{12} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{4}{3} \Rightarrow \varphi_{12} = 53{,}13^\circ$$

Xét tam giác có 2 cạnh là $\vec{I}$ và $\vec{I}_{12}$

$$\cos a = \frac{I_{12}^2 + I^2 - I_3^2}{2I_{12} . I}$$

$$\cos a = \frac{25 + 75 - 100}{2.5.5\sqrt{3}} = 0$$

$$\Rightarrow a = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \varphi = a - \varphi_{12} = 90^\circ - 53{,}13^\circ = 36{,}87^\circ = 0.2\pi$$

i chậm pha hơn u một góc 0,2π rad

$$\Rightarrow i = 5\sqrt{6}\ \sin(100\pi t - 0{,}2\pi)\ (A)$$

Xét tam giác vuông mà 2 cạnh là $\vec{I}$ và $\vec{I}_{12}$

$$\cos b = \frac{I}{I_3} = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = \frac{\pi}{6}\ \text{rad}$$

$$\Rightarrow \varphi_3 = b + \varphi = \frac{\pi}{6} + 0{,}2\pi = 0{,}37\pi\ \text{rad}$$

i_3 chậm pha hơn u một góc 0,37π rad

$$\Rightarrow i_3 = 10\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0{,}37\pi)\ (A)$$

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 2.5

Cần tiến hành theo các bước sau:

1. Nếu trong mạch có cuộn cảm thì phải xem cuộn cảm có điện trở thuần không, bằng cách giả sử cuộn cảm thuần cảm để so sánh với các kết quả mà đề bài đã cho (theo các công thức):

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

hoặc $$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

2. Viết các phương trình vectơ:

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$$

hoặc $\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$

3. Tìm xem các vectơ trên biểu diễn các hàm sin nào.

a. Nếu là mạch nối tiếp thì cho i một phương trình đơn giản:

$$i = I\sqrt{2}\,\sin(\omega t)$$

rồi căn cứ vào độ lệch pha giữa hiệu điện thế hai đầu từng vôn kế và cường độ dòng điện để viết các biểu thức hiệu điện thế:

$$u_i = U_i\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_i)$$

b. Nếu là mạch song song thì cho u một phương trình đơn giản:

$$u = U\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

rồi căn cứ vào độ lệch pha giữa cường độ dòng điện qua từng ampe kế và hiệu điện thế hai đầu mạch song song viết các biểu thức cường độ.

$$i_i = I_i\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_i)$$

4. Vẽ giản đồ vectơ theo phương trình vectơ và căn cứ vào hình vẽ để xác định độ lệch pha φ_i

Chú ý: sử dụng các tam giác đã biết đầy đủ ba cạnh để dùng định luật hàm số cos tính góc.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 2.5.3.

Cho mạch điện hình 2.57

v_1 chỉ 14,1V

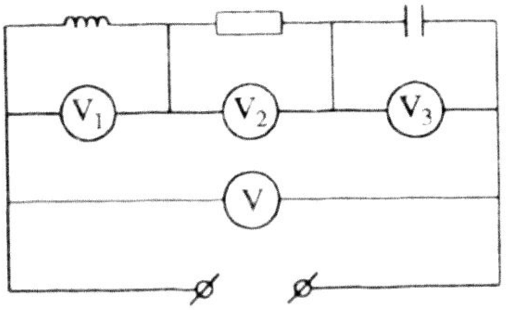
v_2 chỉ 30V

v_3 chỉ 40V

v chỉ 50V

t = 50Hz. Pha ban đầu của dòng điện = 0

Viết các biểu thức u_1, u_2, u_3, u



Hình 2.57

Giải:

Giả sử cuộn cảm là thuần cảm ($R_L = 0$)

$$\Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{900 + 670,81} = 39,6\ (V)$$

Vì 39,6 (V) ≠ 50(V) = V ⇒ $R_L \neq 0$

u_1 nhanh pha hơn i một góc φ_1

Cho $i = I\sqrt{2}\sin\omega t\ (A)$

thì: $u_1 = U_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1) = 14,1\sqrt{2}\sin(100\pi t + \varphi_1)\ (V)$

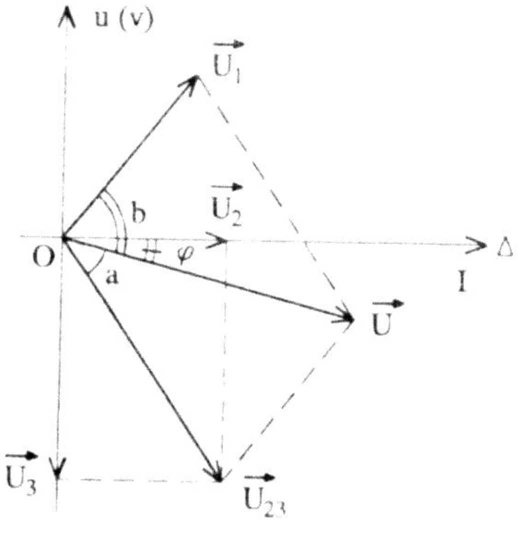
$u_2 = U_2\sqrt{2}\sin(\omega t) = 30\sqrt{2}\sin(100\pi t)\ (V)$

$u_3 = U\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = 40\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})\ (V)$

$u = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi) = 50\sqrt{2}\sin(100\pi t + \varphi)\ (V)$

Cần tính φ_1 và φ

Hình 2.58 là giản đồ vectơ hiệu điện thế: $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3$



Hình 2.58

$$U_{23} = \sqrt{U_2^2 + U_3^2} = \sqrt{900 + 1600} = 50V$$

$$\cos\varphi_{23} = \frac{U_2}{U_{23}} = 0,6 \Rightarrow \varphi_{23} = 53,13^o$$

Xét tam giác có 2 cạnh là $\vec{U}_{23}$ và $\vec{U}$ ta có:

$$\cos a = \frac{U^2 + U_{23}^2 - U_1^2}{2UU_{23}} = \frac{2500 + 2500 - 198,81}{2.50.50} = 0,96$$

$\Rightarrow a = 16,26^o \Rightarrow \varphi = \varphi_{23} - a = 53,13^o - 16,26^o = 36,87^o = 0,2\pi$ rad

Xét tam giác có 2 cạnh $\vec{U}_1$ và $\vec{U}_2$ ta có:

$$\cos b = \frac{U^2 + U_1^2 - U_{23}^2}{2U.U_1} = 0,141 \quad \Rightarrow b = 81,89^o$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = b - \varphi = 81,89^o - 36,87 = 45,02^o \Leftrightarrow \varphi_1 \approx \frac{\pi}{4}$$

Vậy $u_1 = 14,1\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ (V)

$u = 50\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,2\pi)$ (V)

Bài toán 2.5.4.

Cho mạch điện hình 2.59

v_1 chỉ 24V

v_2 chỉ 24V

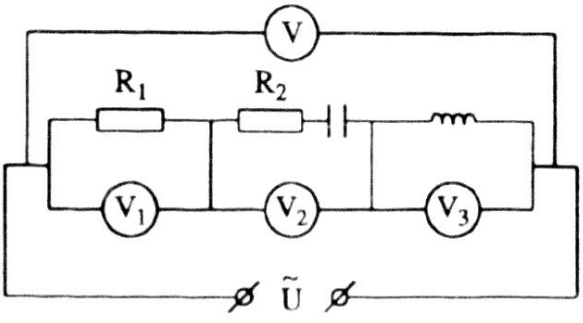
v_3 chỉ 48V

v chỉ 63,498V

$R_2 = 6\Omega$, cuộn cảm có điện trở thuần

$i = 2\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (A)

Viết biểu thức u_1, u_2, u_3 và u



Hinh 2.59

Giải:

$$I = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = 2(A)$$

$$Z_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{24}{2} = 12\Omega$$

Độ lệch pha φ_2 giữa i và u_2

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3}$$

u_2 chậm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{3}$ rad

$$u_1 = U_1\sqrt{2}\ \sin(100\pi t) = 24\sqrt{2}\ \sin(100\pi t)\ (V)$$

$$u_2 = U_2\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{3}) = 24\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{3})\ (V)$$

u_3 nhanh pha hơn i một góc φ_3

$$u_3 = U_3\sqrt{2}\sin(100\pi t + \varphi_3) = 48\sqrt{2}\sin(100\pi t + \varphi_3)\ (V)$$

$$u = U\sqrt{2}\sin(100\pi t + \varphi) = 63{,}498\sqrt{2}\sin(100\pi t + \varphi)$$

Theo giản đồ vectơ (hình 2.60) thì

$$U_{12} = \frac{2U_1\sqrt{3}}{2} = U_1\sqrt{3} = 24\sqrt{3}\ (V)$$

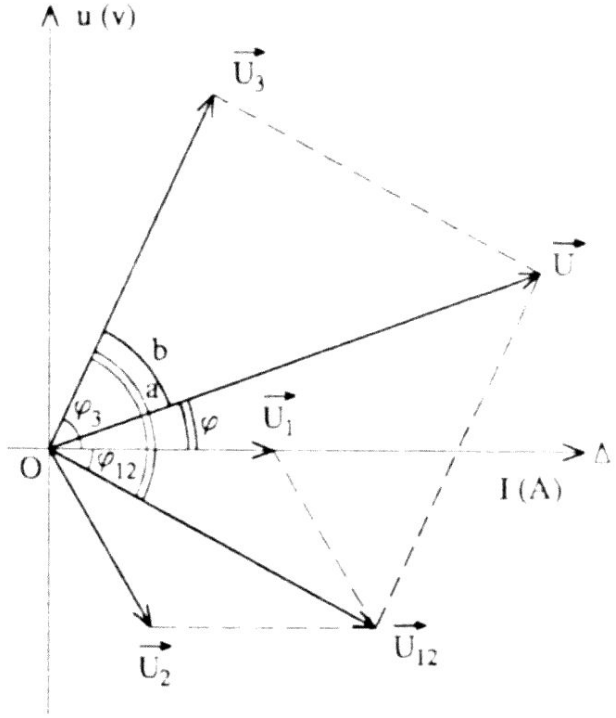
$$\varphi_{12} = 30^o = \frac{\pi}{6}$$

Xét hình bình hành có 2 cạnh là $\vec{U}_3$ và $\vec{U}_{12}$ ta có:

$$\cos a = \frac{U^2 - U_{12}^2 - U_3^2}{2U_3.U_{12}} = \frac{4032 - 1728 - 2304}{2.63{,}498.24\sqrt{3}} = 0$$

$$\Rightarrow a = 90^o$$

$$\Rightarrow \varphi_3 = a - \varphi_{12} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$


u (v)
$\vec{U_3}$
$\vec{U}$
b
a
φ_3
φ
$\vec{U_1}$
O
φ_{12}
Δ
I (A)
$\vec{U_2}$
$\vec{U_{12}}$

Hình 2.60

Xét tam giác vuông có 2 cạnh là $\dot{U}$ và $\dot{U}_3$:

$$tgb = \frac{U_{12}}{U_3} = \frac{24\sqrt{3}}{48} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow b = 40{,}89^\circ$$

$$\Rightarrow \varphi = \varphi_3 - b = 60^\circ - 40{,}89^\circ = 19{,}11^\circ = 0{,}1\pi \text{ rad}$$

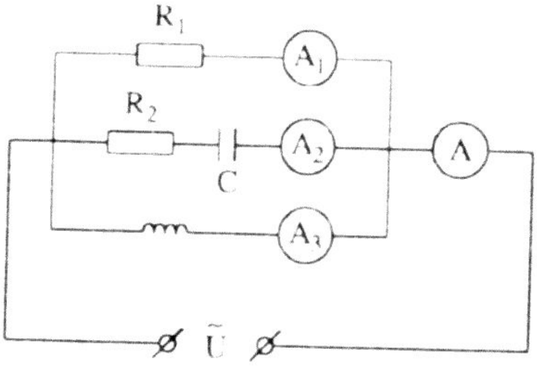
u nhanh pha hơn i một góc 0,1π rad

$$u_3 = 48\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) (V)$$

$$u = 63{,}498\sqrt{2} \sin(100\pi t + 0{,}1\pi) (V)$$

Bài toán 2.5.5

Cho mạch điện hình 2.61



Hình 2.61

A_1 chỉ 4A

A_2 chỉ $4\sqrt{2}$ A

A_3 chỉ $4\sqrt{5}$ A

A chỉ $4\sqrt{10}$ A

$R_2 = 10\Omega$; $R_1 \neq 0$

$u = 80\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ (V)

Viết biểu thức i_1, i_2, i_3 và i

Giải:

$$Z_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{80}{4\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}\,\Omega$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \varphi_2 = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

i_2 nhanh pha hơn u một góc $\frac{\pi}{4}$ rad

i_3 chậm pha hơn u một góc φ_3

Đặt $u = U_o \sin 100\pi t$

thì: $i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(100\pi t) = 4\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ (A)

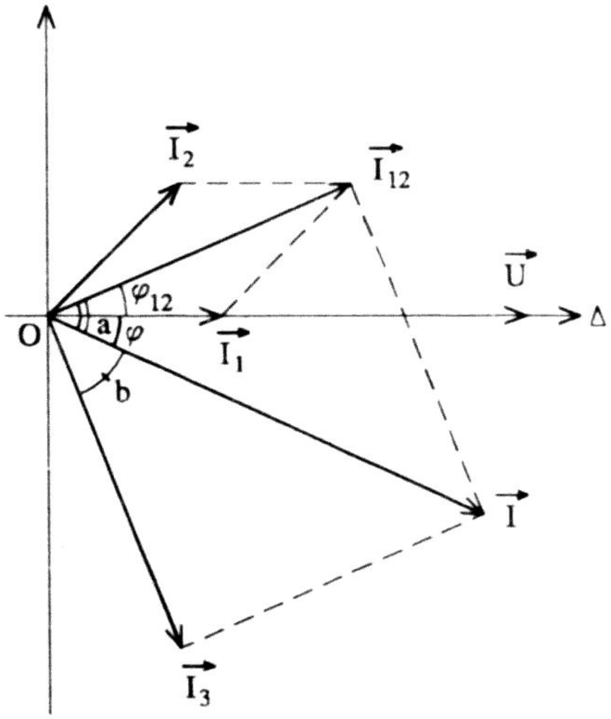
$i_2 = I_2\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = 8\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (A)

$i_3 = I_3\sqrt{2}\sin(100\pi t - \varphi_3) = 4\sqrt{10}\sin(100\pi t - \varphi_3)$ (A)

$$i = I\sqrt{2}\sin(100\pi t + \varphi) = 8\sqrt{5}\ \sin(100\pi t + \varphi)\ (A)$$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$$

Giản đồ vectơ được vẽ ở hình 2.62


$\vec{I_2}$
$\vec{I_{12}}$
$\vec{U}$
Δ
φ_{12}
O
a
φ
$\vec{I_1}$
b
$\vec{I}$
$\vec{I_3}$

Hình 2.62

$$I_{12} = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos\varphi_2}$$

$$= \sqrt{16 + 32 + 2.4.4\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$I_{12} = 4\sqrt{5}\ (A)$$

Xét tam giác có 2 cạnh là $\vec{I}_1$ và $\vec{I}_{12}$

$$\cos\varphi_{12} = \frac{I_{12}^2 + I_1^2 - I_2^2}{2I_{12}.I_1}$$

$$\cos\varphi_{12} = \frac{80+16-32}{2.4\sqrt{5}.4} = 0{,}894 \Rightarrow \varphi_{12} = 26{,}565^\circ$$

Xét tam giác có 2 cạnh là $\vec{I}_{12}$ và $\vec{I}$, ta có:

$$\cos a = \frac{I^2 + I_{12}^2 - I_3^2}{2I.I_{12}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow a = 45^\circ$

$\Rightarrow \varphi = a - \varphi_{12} = 18{,}435^\circ = 0{,}1\pi$ rad

Hình bình hành có 2 cạnh $\vec{I}_{12}$ và $\vec{I}_3$ bằng nhau và có góc $a = 45^\circ$ nên nó là hình thoi, suy biến thành hình vuông:

$\Rightarrow b = 45^\circ$

$\Rightarrow \varphi_3 = b + \varphi = 45^\circ + 18{,}435^\circ = 63{,}435^\circ = 0{,}35\pi$ rad

Vậy:

$i_3 = 4\sqrt{10}\sin(100\pi t - 0{,}35\pi)$ (A)

$I = 8\sqrt{5}\sin(100\pi t - 0{,}1\pi)$ (A)

2.6. BÀI TOÁN VỀ ĐỘ LỆCH PHA

Có thể xảy ra sự lệch pha giữa hai đại lượng cùng loại hay giữa hai đại lượng khác loại. Cụ thể là:

1. Sự lệch pha giữa các hiệu điện thế hai đầu các đoạn mạch mắc nối tiếp

$$i = I\sqrt{2}\,\sin\omega t$$

$$u_1 = U_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$u_2 = U_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_2)$$

2. Sự lệch pha giữa cường độ dòng điện ở hai mạch rẽ:

$$u_{//} = U_{//}\sqrt{2}\sin\omega t$$

$$i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$i_2 = I_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_2)$$

3. Sự lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế

$i = I\sqrt{2}\sin\omega t$ và $u = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$

hay $u = U\sqrt{2}\sin\omega t$ và $i = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$

Bài toán 2.6.1.

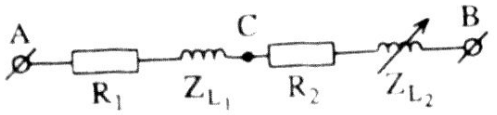
Cho mạch điện như hình 2.63.

$$i = 20\sqrt{2}\,\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)\ (A)$$

$R_1 = 6\Omega$, $Z_{L_1} = 6\sqrt{3}\ \Omega$, $R_2 = 3\sqrt{3}\ \Omega$

1. Tìm Z_{L_2} để u_{AC} cùng pha với u_{CB}

2. Viết biểu thức của các hiệu điện thế này.



Hình 2.6 3

Giải:

1. Vì hai hiệu điện thế u_{AC} và u_{CB} cùng pha nên:

$$\varphi_{AC} = \varphi_{CB}$$

hay $$\text{tg}\varphi_{AC} = \text{tg}\varphi_{CB}$$

$$\frac{Z_{L_1}}{R_1} = \frac{Z_{L_2}}{R_2}$$

Suy ra: $$Z_{L_2} = \frac{Z_{L_1} . R_2}{R_1} = \frac{6\sqrt{3} . 3\sqrt{3}}{6} = 9\ \Omega$$

2. Tổng trở các đoạn mạch:

$$Z_{AC} = \sqrt{R_1^2 + Z_{L_1}^2} = \sqrt{36 + 108} = 12\ \Omega$$

$$Z_{CB} = \sqrt{R_2^2 + Z_{L_2}^2} = \sqrt{27 + 81} = 6\sqrt{3}\ \Omega$$

Các độ lệch pha:

$$\varphi_{AC} = \varphi_{CB} = \frac{\pi}{3}$$

Các mạch Z_{AC} và Z_{CB} đều cảm kháng nên các hiệu điện u_{AC} và u_{CB} đều nhanh pha hơn cường độ dòng điện trong mạch một góc $\frac{\pi}{3}$.

$$U_{AC} = IZ_{AC} = 240\ V$$

$$\Rightarrow u_{AC} = 240\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow u_{AB} = 240\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)\ (V)$$

$$U_{CB} = IZ_{CB} = 120\sqrt{3}\ V$$

$$\Rightarrow u_{CB} = 120\sqrt{6}\ \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow u_{CB} = 120\sqrt{6}\ \sin\left(100\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)\ (V)$$

Bài toán 2.6.2.

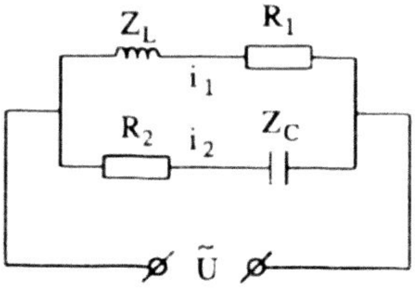
Cho mạch điện hình 2.64.

$R_1 = 50\sqrt{3}\,\Omega$, $Z_L = 50\Omega$

$Z_C = 40\Omega$

$u = 200\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ (V)

1. Tìm R_2 để cường độ hai mạch rẽ vuông pha với nhau
2. Viết biểu thức của các cường độ này



Hình 2.64

Giải:

1. Giả sử hiệu điện thế hai đầu mạch song song có dạng:

$$u_{//} = U_{//}\sqrt{2}\sin\omega t \text{ (V)}$$

ta có: $$i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$i_2 = I_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_2)$$

Vì cường độ các mạch rẽ vuông pha với nhau nên:

$$\varphi_1 = \varphi_2 \pm \frac{\pi}{2}$$

hay: $$\text{tg}\varphi_1 = -\frac{1}{\text{tg}\,\varphi_2}$$

với $$\text{tg}\varphi_1 = \frac{Z_L}{R_1} = \frac{50}{50\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \to \varphi_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{tg}\varphi_2 = \frac{-Z_C}{R_2} = \frac{-40}{R_2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{R_2}{40} \to R_2 = \frac{40\sqrt{3}}{3}\ \Omega$$

2. Tổng trở các mạch rẽ:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{L_1}^2} = \sqrt{7500 + 2500} = 100\ \Omega$$

Z_1 cảm kháng: i_1 chậm pha hơn $u_{//}$ một góc $\frac{\pi}{6}$

$$I_1 = \frac{U_{//}}{Z_1} = \frac{200}{100} = 2\,A$$

$$\Rightarrow i_1 = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6})$$

$$\Leftrightarrow i_1 = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{5\pi}{12})\ (A)$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = \sqrt{1600 + \frac{1600}{3}} = \frac{80\sqrt{3}}{3}\ \Omega$$

Z_2 dung kháng: i_2 nhanh pha hơn $u_{//}$ một góc:

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$I_2 = \frac{U_{//}}{Z_2} = \frac{200.3}{80\sqrt{3}} = 2{,}5\sqrt{3}\ A$$

$$\Rightarrow i_2 = 2{,}5\sqrt{6}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3})$$

$$\Leftrightarrow i_2 = 2{,}5\sqrt{6}\sin(100\pi t + \frac{\pi}{12})\ (A)$$

Bài toán 2.6.3.

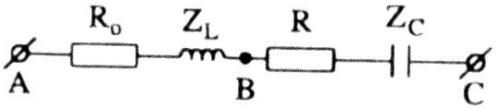
Cho mạch điện như hình 2.65.

$u_{BC} = 10\sqrt{3}$ V, I = 0,1 A

$R_o = Z_L = 50\Omega$

u_{AB} lệch pha với u_{BC} một góc 75°

Tìm R và Z_C



Hình 2.65

Giải:

Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế u_{M}

$$tg\varphi_{AB} = \frac{Z_L}{R_o} = \frac{50}{50} = 1 \rightarrow \varphi_{AB} = \frac{\pi}{4}$$

Z_{AB} cảm kháng: u_{AB} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{4}$

Z_{BC} dung kháng: u_{BC} chậm pha hơn i một góc φ_{BC}

Suy ra: u_{AB} nhanh pha hơn u_{BC} một góc 75^o

$$\Rightarrow \varphi_{AB} - \varphi_{BC} = 75^o$$

$$\Leftrightarrow \varphi_{BC} = 45^o - 75^o = -30^o$$

$$\Leftrightarrow tg\varphi_{BC} = \frac{-Z_C}{R} = \frac{-\sqrt{3}}{3} \rightarrow Z_C = \frac{R\sqrt{3}}{3}$$

$$Z_{BC} = \frac{U_{BC}}{I} = \frac{10\sqrt{3}}{0,1} = 100\sqrt{3}\ \Omega$$

$$\cos\varphi_{BC} = \frac{R}{Z_{BC}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{R}{100\sqrt{3}} \rightarrow R = 150\ \Omega$$

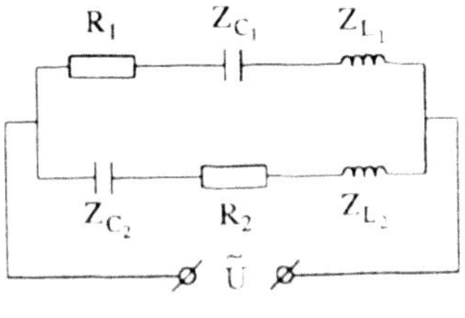
và $$Z_C = \frac{150\sqrt{3}}{3} = 50\sqrt{3}\ \Omega$$

Bài toán 2.6.4.

Có mạch điện ở hình 2.66.

Gọi Z_1 và Z_2 là tổng trở của hai mạch rẽ, chứng minh rằng: nếu cường độ dòng điện ở mạch chính cùng pha với hiệu điện thế hai đầu mạch song song ta có hệ thức:

$$\frac{Z_{L_1} - Z_{C_1}}{Z_1^2} = \frac{Z_{L_2} - Z_{C_2}}{Z_2^2}$$



Hình 2.66

Giải:

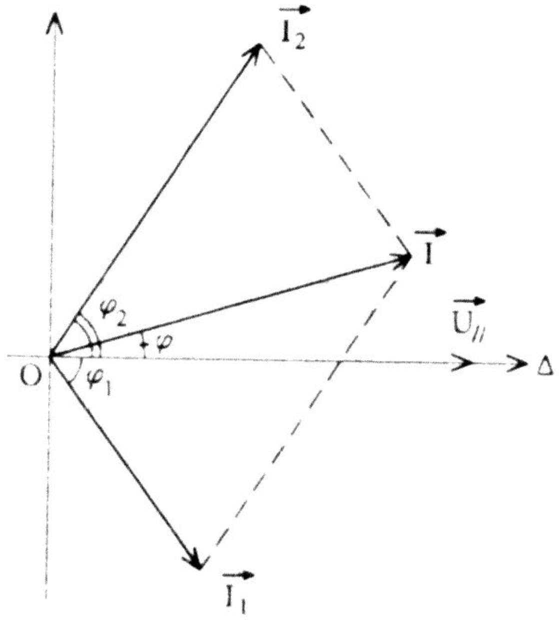
Z_1 cảm kháng: i_1 chậm pha hơn $u_{//}$ một góc φ_1

$$\sin\varphi_1 = \frac{Z_{L_1} - Z_{C_1}}{Z_1}$$

Z_2 dung kháng: i_2 nhanh pha hơn $u_{//}$ một góc φ_2

$$\sin\varphi_2 = \frac{Z_{L_2} - Z_{C_2}}{Z_2}$$

Hình 2.67 là giản đồ vectơ cường độ


$\vec{I_2}$
$\vec{I}$
$\vec{U_{//}}$
Δ
O
φ_2
φ
φ_1
$\vec{I_1}$

Hình 2.67

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{I_1 \sin\varphi_1 + I_2 \sin\varphi_2}{I_1 \cos\varphi_2 + I_2 \cos\varphi_2}$$

thay $I = \dfrac{U}{Z}$

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\dfrac{1}{Z_1}\sin\varphi_1 + \dfrac{1}{Z_2}\sin\varphi_2}{\dfrac{1}{Z_1}\cos\varphi_1 + \dfrac{1}{Z_2}\cos\varphi_2}$$

Vì cường độ dòng điện ở mạch chính cùng pha với hiệu điện thế hai đầu mạch song song: $\varphi = 0$

$$\frac{1}{Z_1}\sin\varphi_1 = -\frac{1}{Z_2}\sin\varphi_2$$

$$\frac{1}{Z_1}\cdot\frac{Z_{L_1} - Z_{C_1}}{Z_1} = -\frac{1}{Z_2}\cdot\frac{Z_{L_2} - Z_{C_2}}{Z_2}$$

hay: $$\frac{Z_{L_1} - Z_{C_1}}{Z_1^2} = \frac{Z_{L_2} - Z_{C_2}}{Z_2^2}$$

với $$Z_1^2 = R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2$$

$$Z_2^2 = R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2$$

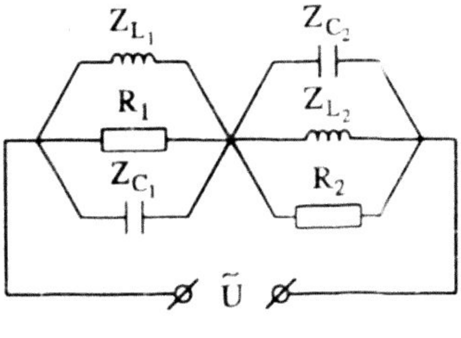
Bài toán 2.6.5.

Có mạch điện như hình 2.68

$Z_{L_1} > Z_{C_1}$, $Z_{C_2} > Z_{L_2}$

Gọi Z_1 và Z_2 là tổng trở của hai mạch song song, chứng minh rằng: nếu cường độ dòng điện mạch chính cùng pha với hiệu điện thế toàn mạch thì ta có hệ thức:

$$Z_1^2\left(\frac{1}{Z_{L_1}} - \frac{1}{Z_{C_1}}\right) = -Z_2^2\left(\frac{1}{Z_{L_2}} - \frac{1}{Z_{C_2}}\right)$$



Hình 2.68

Giải:

Z_1 dung kháng: hiệu điện thế hai đầu mạch song song u_1 chậm pha hơn cường độ mạch chính một góc φ_1

$$\sin\varphi_1 = Z_1\left(\frac{1}{Z_{L_1}} - \frac{1}{Z_{C_1}}\right)$$

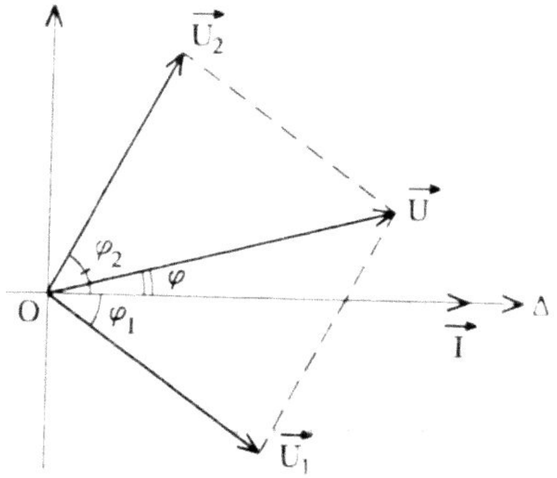
Z_2 cảm kháng: hiệu điện thế hai đầu mạch song song u_2 nhanh pha hơn cường độ mạch chính một góc φ_2:

$$\sin\varphi_1 = Z_2\left(\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C}\right)$$

Phương trình vectơ hiệu điện thế:

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$$

và giản đồ vectơ hiệu điện thế được vẽ ở hình 2.69



Hình 2.69

Độ lệch pha giữa cường độ i và hiệu điện thế u:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_1\sin\varphi_1 + U_2\sin\varphi_2}{U_1\cos\varphi_1 + U_2\cos\varphi_2}$$

thay U = IZ

ta có:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Z_1\sin\varphi_1 + Z_2\sin\varphi_2}{Z_1\cos\varphi_1 + Z_2\cos\varphi_2}$$

Vì i và u cùng pha nên $\varphi = 0$

và $$Z_1\sin\varphi_1 = -Z_2\sin\varphi_2$$

$$Z_1^2\left(\frac{1}{Z_{L_1}} - \frac{1}{Z_{C_1}}\right) = -Z_2^2\left(\frac{1}{Z_{L_2}} - \frac{1}{Z_{C_2}}\right)$$

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 2.6

Nếu là sự lệch pha giữa hai đại lượng cùng loại:

1. Khi chúng cùng pha: $\varphi_1 = \varphi_2$

hay $$\mathrm{tg}\varphi_1 = \mathrm{tg}\varphi_2$$

2. Khi chúng vuông pha: $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\dfrac{\pi}{2}$

hay $$\mathrm{tg}\varphi_1 = -\frac{1}{\mathrm{tg}\varphi_2}$$

3. Khi chúng lệch pha nhau một góc φ

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\varphi$$

hay $$\mathrm{tg}\varphi_1 = \frac{\mathrm{tg}\,\varphi_2 \pm \mathrm{tg}\,\varphi}{1 \mp \mathrm{tg}\,\varphi_2\,\mathrm{tg}\,\varphi}$$

Nếu là sự lệch pha giữa hai đại lượng khác loại:

1. Khi chỉ là mạch RLC nối tiếp hay song song đơn giản thì dùng ngay các công thức (1.6) và (1.9) để tính độ lệch pha giữa hai đại lượng.

2. Khi mạch gồm các tổng trở mắc nối tiếp hay song song thì phải dùng các công thức sau để tính độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế.

a. Mạch nối tiếp:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{U_1\sin\varphi_1 + U_2\sin\varphi_2}{U_1\cos\varphi_1 + U_2\cos\varphi_2} = \frac{Z_1\sin\varphi_1 + Z_2\sin\varphi_2}{Z_1\cos\varphi_1 + Z_2\cos\varphi_2}$$

b. Mạch song song

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{I_1\sin\varphi_1 + I_2\sin\varphi_2}{I_1\cos\varphi_1 + I_2\cos\varphi_2} = \frac{\dfrac{1}{Z_1}\sin\varphi_1 + \dfrac{1}{Z_2}\sin\varphi_2}{\dfrac{1}{Z_1}\cos\varphi_1 + \dfrac{1}{Z_2}\cos\varphi_2}$$

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 2.6.6.

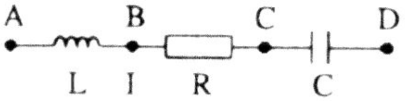
Cho mạch điện như hình 2.70

$I = \sqrt{3}$ A, $U_{BD} = 80\sqrt{3}$ V và

nhanh pha hơn U_{CD} một góc $\frac{\pi}{6}$

$U_{AC} = 120$V và vuông pha với U_{BD}

Tìm Z_L, Z_C và R. Tìm U_{AD}



Hình 2.70

Giải:

Tổng trở đoạn mạch BD:

$$Z_{BD} = \frac{U_{BD}}{I} = \frac{80\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 80 \ (\Omega)$$

Độ lệch pha:

u_{CD} chậm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$

u_{BD} nhanh pha hơn u_{CD} một góc $\frac{\pi}{6}$

nên u_{BD} chậm pha hơn i một góc:

$$\varphi_{BD} = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3}$$

$$\cos\varphi_{BD} = \frac{R}{Z_{BD}} \rightarrow R = Z_{BD}\cos\varphi_{BD} = 80.0,5 = 40(\Omega)$$

$$\sin\varphi_{BC} = \frac{-Z_C}{Z_{BD}} \rightarrow Z_C = -Z_{BD}\sin\varphi_{BD}$$

$$= -80\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 40\sqrt{3} \ (\Omega)$$

Tổng trở đoạn mạch AC:

$$Z_{AC} = \frac{U_{AC}}{I} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3}\ (\Omega)$$

u_{BD} chậm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{3}$

u_{AC} vuông pha với u_{BD} nên nhanh pha hơn i một góc

$$\varphi_{AC} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$$

nếu cuộn cảm không có điện trở thuần thì

$$\cos\varphi_{AC} = \frac{R}{Z_{AC}} = \frac{40}{40\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \neq \cos\frac{\pi}{6}$$

Vậy cuộn cảm có điện trở thuần R_o. Khi đó

$$\cos\varphi_{AC} = \frac{R + R_o}{Z_{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$R + R_o = 40\ \sqrt{3}.\ \frac{\sqrt{3}}{2} = 60(\Omega)$$

$$\Rightarrow R_o = 20(\Omega)$$

$$\sin\varphi_{AC} = \frac{Z_L}{Z_{AC}} \Rightarrow Z_L = Z_{AC}\sin\frac{\pi}{6} = 20\sqrt{3}\ \Omega$$

Tổng trở toàn mạch AD:

$$Z_{AD} = \sqrt{(R + R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$\Leftrightarrow Z_{AD} = \sqrt{3600 + 1200} = 40\sqrt{3}\ (\Omega)$$

Hiệu điện thế U_{AD}:

$$U_{AD} = IZ_{AD} = \sqrt{3}\,.\,40\sqrt{3} = 120\ (V)$$

Bài toán 2.6.7.

Cho mạch điện như hình 2.71:

$U_{MP} = U_{MN} = U_{PQ}$

$R = 30\Omega$; $U_{NP} = 90V$

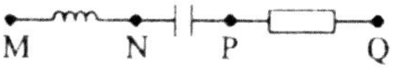
u_{MN} lệch pha với u_{NP} một góc 150°

u_{MP} lệch pha với u_{NP} một góc 30°

1. Chứng tỏ cuộn dây có điện trở thuần

2. Tìm Z_C, Z_L

3. Tìm U_{MQ}



Hình 2.71

Giải:

1. Nếu cuộn dây không có điện trở thuần thì:

u_{MN} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$ và nhanh pha hơn u_{NP} một góc 180°.

Nhưng theo đầu bài thì 2 hiệu điện thế này chỉ lệch pha 150°. Vậy cuộn cảm có điện trở thuần R_o

2. u_{NP} chậm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$

u_{MN} nhanh pha hơn u_{NP} một góc 150° nên u_{MN} nhanh pha hơn i một góc:

$$\varphi_{MN} = 150^o - 90^o = 60^o$$

u_{MP} nhanh pha hơn u_{NP} một góc 30° nên u_{MP} chậm pha hơn i một góc:

$$\varphi_{MP} = 30^o - 90^o = -60^o$$

Từ đó

$$\text{tg}\varphi_{MN} = \frac{Z_L}{R_o} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow Z_L = R_o\sqrt{3}$$

Mặt khác $U_{MN} = U_{PQ}$

$$\Leftrightarrow IZ_{MN} = IR$$

$$\Leftrightarrow Z_{MN} = R = 30\ (\Omega)$$

$$Z_{MN} = \sqrt{R_o^2 + Z_L^2} = 30$$

$$\Rightarrow \sqrt{R_o^2 + 3R_o^2} = 30$$

$$\Leftrightarrow R_o = 15\ (\Omega)$$

$$\Rightarrow Z_L = R_o\sqrt{3} = 15\sqrt{3}\ (\Omega)$$

$$\text{tg}\varphi_{MP} = \frac{Z_L - Z_C}{R_o} = -\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{15\sqrt{3} - Z_C}{15} = -\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow Z_C = 30\sqrt{3}\ (\Omega)$$

3. Tổng trở của mạch MQ

$$Z_{MQ} = \sqrt{(R_o + R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$\Leftrightarrow Z_{MQ} = \sqrt{45^2 + (15\sqrt{3})^2} = 30\sqrt{3}\ (\Omega)$$

Hiệu điện thế U_{MQ}:

$$U_{MQ} = IZ_{MQ}$$

với $I = \frac{U_{NP}}{Z_C} = \frac{90}{30\sqrt{3}} = \sqrt{3}\ (A)$

$$\Rightarrow U_{MQ} = \sqrt{3}\,.30\sqrt{3} = 90\ (V)$$

Bài toán 2.6.8

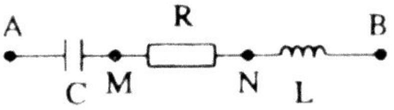
Cho mạch điện như hình 2.72

$I = 2A$

$U_{AB} = 200\ V$

Các hiệu điện thế u_{AN} và u_{MB} vuông pha, i và u_{AB} cùng pha.

Tìm R, Z_L, Z_C



Hình 2.72

Giải:

Vì i và u_{AB} cùng pha nên $\cos\varphi = 1$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{R}{Z_{AB}} = 1$$

Suy ra $$R = Z_{AB} = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{200}{2} = 100\ (\Omega)$$

$$Z_L - Z_C = 0 \Rightarrow Z_L = Z_C$$

Vì u_{AN} và u_{MB} vuông pha nên:

$$\operatorname{tg}\varphi_{AN} = -\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi_{MB}}$$

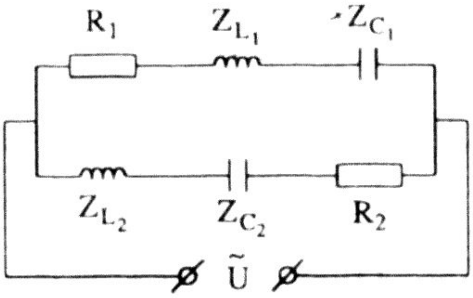
với: $\operatorname{tg}\varphi_{AN} = -\frac{Z_C}{R}$ và $\operatorname{tg}\varphi_{MB} = \frac{Z_L}{R}$

$$\Rightarrow \frac{Z_C}{R} = \frac{R}{Z_L}$$

$$\Leftrightarrow Z_C . Z_L = R^2$$

$$\Leftrightarrow Z_L = Z_C = 100\ \Omega$$

Bài toán 2.6.9.



Hình 2.73

Cho mạch điện như hình 2.73

$R_1 = 3\sqrt{3}\,\Omega, \quad Z_{L_1} = 8\,\Omega, \quad Z_{C_1} = 5\,\Omega$

$Z_{L_2} = 4\,\Omega, \quad Z_{C_2} = 10\,\Omega$

Tìm R_2 để cường độ dòng điện mạch chính cùng pha với hiệu điện thế 2 đầu mạch song song.

Giải:

Sơ đồ mạch điện

$$(R_1 \text{nt } Z_{L_1} \text{ nt } Z_{C_1}) \,//\, (Z_{L_2}\ Z_{C_2} \text{ nt } R_2)$$

Tổng trở của các mạch rẽ và độ lệch pha giữa cường độ dòng điện mạch rẽ và hiệu điện thế hai đầu mạch song song:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + \left(Z_{L_1} - Z_{C_1}\right)^2} = \sqrt{27+9} = 6(\Omega)$$

$$\sin\varphi_1 = \frac{Z_{L_1} - Z_{C_1}}{Z_1} = \frac{8-5}{6} = 0{,}5 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{6}$$

i_1 chậm pha hơn $u_{//}$ một góc $\frac{\pi}{6}$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2} = \sqrt{R_2^2 + 36}$$

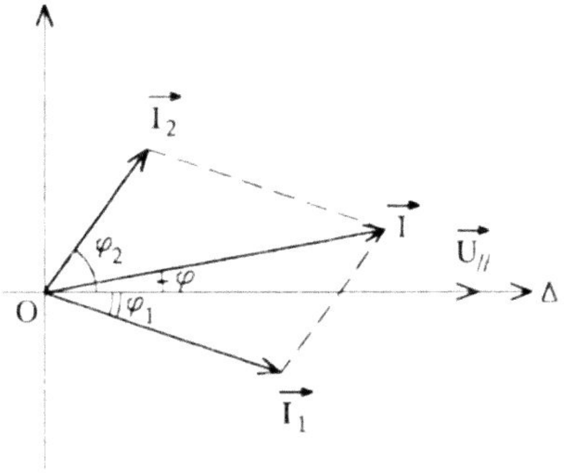
$$\sin\ \varphi_2 = \frac{Z_{L_2} - Z_{C_2}}{Z_2} = \frac{6}{Z_2}$$

i_2 nhanh pha hơn $u_{//}$ một góc φ_2

Hình 2.74 là giản đồ véctơ cường độ dòng điện các mạch rẽ.

Qua giản đồ ta có:

$$\text{tg}\ \varphi = \frac{I_1 \sin\varphi_1 + I_2 \sin\varphi_2}{I_1 \cos\varphi_1 + I_2 \cos\varphi}$$


$\vec{I_2}$
φ_2
$\vec{I}$
$\vec{U_{//}}$
φ
Δ
O
φ_1
$\vec{I_1}$

Hình 2.74

Theo đầu bài $\varphi = 0$

$$\Rightarrow I_1 \sin\varphi_1 = -I_2 \sin\varphi_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{U_{//}}{Z_1}\sin\varphi_1 = -\frac{U_{//}}{Z_2}\sin\varphi_2$$

$$\Leftrightarrow -\frac{0,5}{6} = -\frac{6}{Z_2^2}$$

$$\Leftrightarrow Z_2^2 = 72(\Omega)$$

$$\Leftrightarrow R_2^2 + 36 = 72 \Leftrightarrow R_2 = 6\ (\Omega)$$

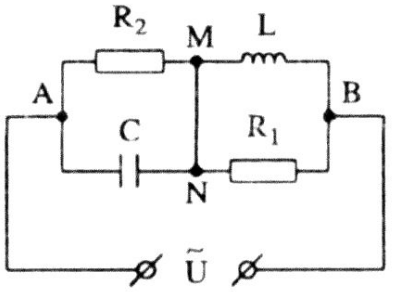
Bài toán 2.6.10

Cho mạch điện như hình 2.75

$R_1 = R_2 = R = 10\ \Omega$

$L = 0,2.\ 10^{-3}$ H

Hỏi tụ điện phải có điện dung C bằng bao nhiêu để cường độ dòng điện mạch chính cùng pha với hiệu điện thế hai đầu mạch song song ở một tần số.


R_2
M
L
A
B
C
R_1
N
Ũ

Hình 2.75

Giải:

Chập MN và vẽ lại mạch điện ta được sơ đồ mạch điện sau:

$$(Z_L \,//\, R_1)\text{nt}\,(Z_C \,//\, R_2)$$

Tổng trở Z_1 và Z_2 của hai mạch song song, độ lệch pha φ_1 và φ_2 hai cường độ mạch chính và hiệu điện thế hai đầu các mạch ấy song song:

$$Z_1 = \frac{Z_1\,R_1}{\sqrt{Z_L^2 + R_1^2}}$$

$$Z_2 = \frac{Z_C\,R_2}{\sqrt{Z_C^2 + R_2^2}}$$

$$\sin\varphi_1 = \frac{Z_1}{Z_L} \quad , \qquad \sin\varphi_2 = -\frac{Z_2}{Z_C}$$

Độ lệch pha φ giữa cường độ dòng điện trong mạch và hiệu điện thế hai đầu mạch được tính theo giản đồ vectơ hiệu điện thế của phương trình vectơ:

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_1\sin\varphi_1 + U_2\sin\varphi_2}{U_1\cos\varphi_1 + U_2\cos\varphi_2} = \frac{Z_1\sin\varphi_1 + Z_2\sin\varphi_2}{Z_1\cos\varphi_1 + z_2\cos\varphi_2}$$

Vì hai đại lượng này cùng pha, $\varphi = 0$ nên

$$Z_1\sin\varphi_1 = -\,Z_2\sin\varphi_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{Z_1^2}{Z_L} = \frac{Z_2^2}{Z_C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{Z_L\,R_1^2}{Z_L^2 + R_1^2} = \frac{Z_C\,R_2^2}{Z_C + R_2^2}$$

với $R_1 = R_2 = R$

$$\Rightarrow Z_L Z_C^2 + Z_L R^2 = Z_C Z_L^2 + Z_C R^2$$

$$\Leftrightarrow R^2 (Z_L - Z_C) = Z_L Z_C (Z_L - Z_C)$$

$$\Leftrightarrow R^2 (Z_L - Z_C) - Z_L Z_C (Z_L - Z_C) = 0$$

$$\Leftrightarrow (Z_L - Z_C) (R^2 - Z_L Z_C) = 0$$

Phương trình có 2 nghiệm:

$$Z_L - Z_C = 0 \quad \rightarrow Z_C = Z_L = L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

hay $$C = \frac{1}{L\omega^2}$$

loại nghiệm này vì theo yêu cầu của đầu bài C không phụ thuộc tần số góc ω.

$$R^2 - Z_L Z_C = 0 \rightarrow Z_C = \frac{R^2}{Z_L}$$

hay $$C = \frac{L}{R^2} = \frac{0,2.10^{-3}}{10^2} = 2.10^{-6}\,(F) = 2.\mu F$$

2.7 BÀI TOÁN CÔNG SUẤT

Trong mạch điện xoay chiều, công suất tiêu thụ toàn mạch bằng tổng công suất tiêu thụ ở các điện trở thuần.

$$P = \Sigma P_R = \Sigma R_i I_i^2$$

Hay $$P = U I \cos \varphi$$

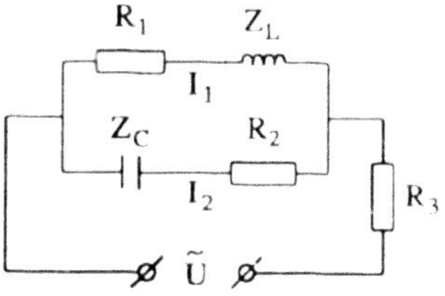
vì thế muốn tính công suất tiêu thụ toàn mạch phải tính cường độ dòng điện qua từng điện trở và cường độ dòng điện ở mạch chính.

Bài toán 2. 7.1

Tìm công suất tiêu thụ ở mạch điện hình 2.76:

$R_1 = R_2 = R_3 = 2\ \Omega$

$I_1 = 3A,\ I_2 = 4\ A,\ I = 5A$



Hình 2.76

Giải:

Công suất tiêu thụ toàn mạch:

$$P = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3}$$

$$P_{R_1} = R_1 I_1^2 = 2.9 = 18(w)$$

$$P_{R_2} = R_2 I_2^2 = 2.16 = 32(w)$$

$$P_{R_3} = R_3 I_3^2 = 2.25 = 50(w)$$

$$P = 18 + 32 + 50 = 100\ (w)$$

Bài toán 2.7.2

Cho mạch điện như hình 2.77

$Z_{L_1} = 6\sqrt{3}\,\Omega$, $R_1 = 6\Omega$

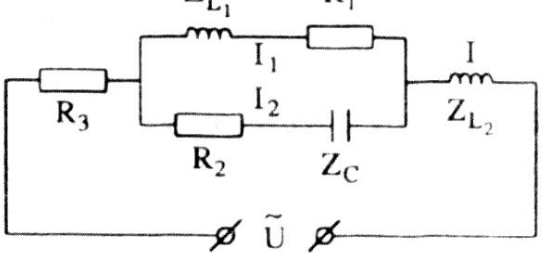
$Z_{L_2} = R_3 = 4\Omega$, $Z_C = 3\Omega$

$R_2 = 3\sqrt{3}\,(\Omega)$

Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch song song

$U_{//} = 60\ V$

Tìm công suất tiêu thụ toàn mạch



Hình 2.77

Giải

Công suất tiêu thụ toàn mạch

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I^2$$

Tìm I_1, I_2, I_3

Tổng trở cường độ dòng điện ở các mạch rẽ:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + Z_{L_1}^2} = \sqrt{36 + 108} = 12(\Omega)$$

$$I_1 = \frac{U_{//}}{Z_1} = \frac{60}{12} = 5(A)$$

$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{6}{12} = 0{,}5 \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3}$ rad Z_1 cảm kháng $\Rightarrow i_1$ chậm pha hơn $U_{//}$ một góc $\frac{\pi}{3}$ rad

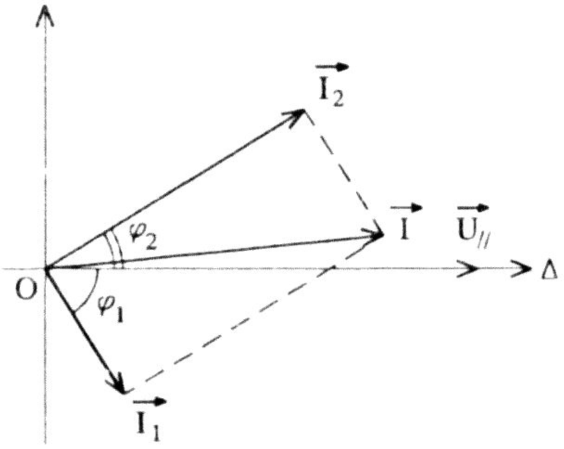
$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + Z_2^2} = \sqrt{27 + 9} = 6(\Omega)$$

$$I_2 = \frac{U_{//}}{Z_2} = \frac{60}{6} = 10(A)$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{6}$$

Z_2 dung kháng $\Rightarrow i_2$ nhanh pha hơn $U_{//}$ một góc $\frac{\pi}{6}$ rad

Phương trình và giản đồ vectơ cường độ dòng điện (hình 2.78)



Hình 2.78

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

Từ giản đồ vectơ ⇒ i_1 vuông pha với i_2

$$\Rightarrow I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{25 + 100} = 5\sqrt{5}\ (A)$$

$$\Rightarrow P = 6.\ 25 + 3\sqrt{3}.100 + 4.125$$

$$\Leftrightarrow P = 1169,6\ W$$

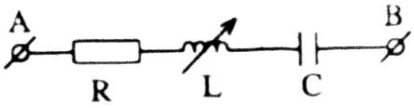
Bài toán 2.7.3

Cho mạch điện như hình 2.79

$U_{AB} = 200 \sin 100\ \pi t\,(V)$

$R = 100\,\Omega, Z_C = 100\,\Omega$

L thuần cảm



Hình 2.79

1. Tìm L để hệ số công suất của đoạn mạch là lớn nhất. Tìm công suất tiêu thụ của đoạn mạch .

2. Cho công suất tiêu thụ của đoạn mạch bằng 100 W. Tìm L.

3. Cho L tăng từ 0 lên. Hỏi công suất của mạch biến đổi như thế nào.

Giải:

Hệ số công suất lớn nhất là bằng 1.

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = 1$$

$$\Leftrightarrow R = Z$$

$$\Leftrightarrow Z_L - Z_C = 0$$

$$\Leftrightarrow Z_L = Z_C = 100\ \Omega$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{L\omega} = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi} H$$

Khi $Z_L = Z_C$ thì $I = I_{max} = \frac{U}{R} = \frac{200}{100\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ A

$$\Rightarrow P_{max} = R I^2_{max} = 200 \text{ w}$$

2. Hệ số tự cảm của cuộn dây:

$$P = RI^2$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{100}{100}} = 1A$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{200}{\sqrt{2}.1} = 100\sqrt{2}\,\Omega$$

Mặt khác

$$Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2$$

$$\Rightarrow (Z_L - Z_C)^2 = Z^2 - R^2$$

$$\Leftrightarrow Z_L - Z_C = \pm\sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\Leftrightarrow Z_L = Z_C \pm \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\Leftrightarrow Z_L = 100 \pm \sqrt{2.10^4 - 10^4}$$

Có 2 nghiệm

$$Z_L = 0 \Rightarrow L = 0$$

$$Z_L = 200\ \Omega \Rightarrow L = \frac{200}{100\pi} = \frac{2}{\pi} H$$

3. Sự thay đổi của công suất:

$$P = RI^2$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Khi $Z_L = Z_C = 100\ \Omega$ và $L = \frac{1}{\pi}H$

thì $I = I_{max} = \frac{U}{R} = \frac{200}{\sqrt{2}\ 100} = \sqrt{2}\ A$ và $P = P_{max} = R\ I^2_{max} = 200\ W$

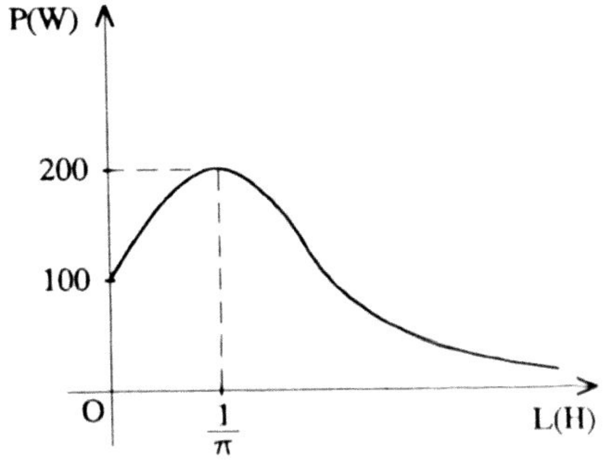
Khi $Z_L = 0$ và $L = 0$

$$I = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{10^4 + 10^4}} = 1\ A$$

$$\Rightarrow P = RI^2 = 100\ w$$

Khi $Z_L = \infty$ thì $I = 0$ và $P = 0$

Vậy thì L tăng từ 0 đến $\frac{1}{\pi}H$ thì công suất tăng từ 100W đến 200W rồi sau đó L tăng từ $\frac{1}{\pi}H$ đến vô cùng lớn thì công suất giảm từ 200W đến 0 (hình 2.80)



Hình 2.80

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 2.8

Muốn tính công suất của mạch điện xoay chiều ta phải sử dụng các công thức

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + \ldots$$

$$P = U I \cos\varphi$$

Do đó trước hết phải tính cường độ dòng điện qua các đoạn mạch chứa điện trở R.

Trong trường hợp cho biết công suất cũng phải tính các cường độ và trong quá trình tính ta được các đại lượng phải tìm vào trong phương trình.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 2.7.4

Cho mạch điện hình 2.81

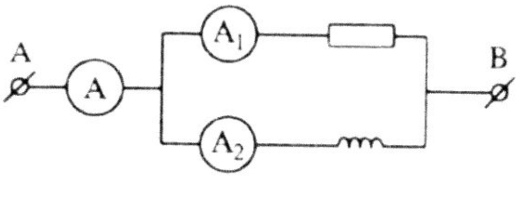
$U_{AB} = 100$ V

A_1 chỉ 20 A

A_2 chỉ 25 A

A chỉ 35 A

Tìm công suất tiêu thụ toàn mạch



Hình 2.81

Giải:

Cần xét xem cuộn cảm có điện trở thuần không.

Giả sử cuộn cảm không có điện trở thuần

i_1 cùng pha với u_{AB}

i_2 chậm pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{2}$

$$\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$$

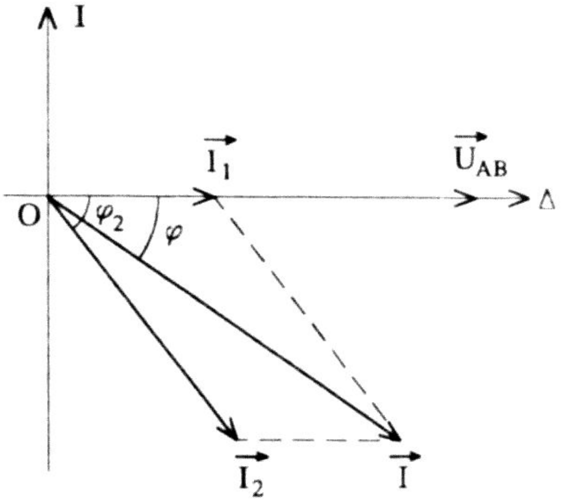
Hai vec tơ I_1 và I_2 vuông góc, do đó

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{400 + 625} = 32\,A$$

Khác với 35 A do ampe kế A chỉ.

Vậy cuộn cảm có điện trở thuần: i_2 chậm pha hơn U_{AB} một góc φ_2.

Giản đồ vec tơ cường độ được vẽ ở hình 2.82



Hình 2.82

$$\cos\varphi = \frac{I_1^2 + I^2 - I_2^2}{2I_1 I}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{400 + 1225 - 625}{2.20.35} = 0{,}714$$

Công suất toàn mạch

$$P = U\,I\,\mathrm{Cos}\,\varphi = 100\,.\,35\,.\,0{,}714$$

$$\Rightarrow P = 2500\ V$$

Bài toán 2.75

Một đèn ống chỉ bắt đầu phát sáng ở hiệu điện thế 85V được dùng ở hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng U = 120 V và tần số f = 50 Hz.

1. Hỏi trong 1 giờ đèn phát sáng trong một khoảng thời gian bằng bao nhiêu?

2. Nếu đèn có công suất trung bình là 40W thì cường độ hiệu dụng và cường độ cực đại của dòng điện qua đèn bằng bao nhiêu? Coi như dòng điện và hiệu điện thế cùng pha.

3. Dùng đèn trên ở hiệu điện thế 220V. Để đèn vẫn hoạt động bình thường người ta mắc nối tiếp với đèn một cuộn cảm có điện trở thuần 60 Ω (cái chấn lưu). Tìm hệ số tự cảm của cuộn dây, công suất tiêu hao trên cuộn dây và độ lệch pha giữa cường độ dòng điện trong mạch và hiệu điện thế hai đầu mạch.

Giải:

1. Thời gian đèn sáng:

Hiệu điện thế hai đầu bóng đèn biến thiên theo hàm. Vì bóng đèn chỉ bắt đầu phát sáng từ hiệu điện thế 85 V trở lên, nên nó không phát sáng liên tục mà trong một nửa chu kì nó chỉ phát sáng trong khoảng thời gian nó ở hiệu điện thế ≥ 85 V.

$$85 = 120\sqrt{2}\sin 100\pi t$$

$$\Leftrightarrow \sin 100\pi t = 0{,}5$$

Suy ra: $$100\pi t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{600}\,\text{s}$$

$$100\pi t_2 = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{5}{600}$$

Vậy trong một nửa chu kỳ, thời gian đèn phát sáng:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{4}{600} = \frac{1}{150}\,s$$

Chu kỳ của dòng điện xoay chiều: $T = \frac{1}{f} = 0{,}02s$

Số nửa chu kỳ trong một giờ = $\frac{3600}{0{,}01} = 36.10^4$

⇒ thời gian đèn phải sáng trong 1h là:

$$t = \frac{1}{150}\,.\,36.10^4 = 2400s = 40 \text{ phút}$$

2. Cường độ dòng điện qua đèn:

Khi bóng đèn chưa phát sáng vẫn có dòng điện qua bóng đèn nên 40W là công suất trung bình mà bóng đèn tiêu thụ khi phát sáng cũng như chưa phát sáng. Từ đó suy ra công suất tiêu thụ của bóng đèn nếu nó phát sáng liên tục.

$$P = \frac{400}{40}.60 = 60\,W$$

Cường độ hiệu dụng qua bóng đèn:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{120} = 0{,}5A$$

Cường độ dòng cực đại

$$I_0 = I\,\sqrt{I} = 0{,}5.\sqrt{2} \approx 0{,}71\,A$$

3. Khi dùng ở hiệu điện thế 220V: Đèn mắc nối tiếp với cuộn cảm.

Tổng trở toàn mạch: $Z = \frac{U'}{I} = \frac{220}{0{,}5} = 440\,\Omega$

Cảm kháng của cuộn cảm:

$$Z_L = \sqrt{Z^2 - (R_d + R)^2}$$

với R_d là điện trở của đèn: $R_d = \frac{U}{I} = \frac{120}{0{,}5} = 240\Omega$

$$Z_L = \sqrt{440^2 - 300^2} = 321,87\Omega$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{321,87}{100\pi} \approx 1H$$

Công suất tiêu hao trên cuộn dây:

$$P = R.I^2 = 60.\ 0,25 = 15W$$

Độ lệch pha φ giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế:

$$\cos\varphi = \frac{R_d + R}{Z} = \frac{300}{440} = 0,68$$

2.8.BÀI TOÁN CỰC TRỊ

Loại bài toán này thường nhằm tìm trở kháng của một phần tử nào đó để một trong những đại lượng như cường độ dòng điện, hiệu điện thế, công suất đạt tới giá trị cực trị.

Bài toán 2.8.1

Chứng minh rằng trong một mạch gồm nhiều điện trở thuần, nhiều tụ điện, nhiều cuộn cảm mắc nối tiếp, nếu một trong các cảm kháng hay dung kháng biến đổi thì cường độ trong mạch cực đại khi $\sum Z_L = \sum Z_C$ và $I_{max} = \dfrac{U}{\sum R}$

Giải:

Cường độ dòng điện trong mạch:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(\sum R)^2 + (\sum Z_L - \sum Z_C)^2}}$$

Tử số U là một số không đổi, muốn I lớn nhất thì mẫu số phải nhỏ nhất.

Trong mẫu số $\sum R$ là một số không đổi nên muốn mẫu số nhỏ nhất thì $(\sum Z_L - \sum Z_C)^2$ phải nhỏ nhất.

$$\Rightarrow \sum Z_L - \sum Z_C = 0$$

hay $$\sum Z_L = \sum Z_C$$

và $$I = \frac{U}{\sum R}$$

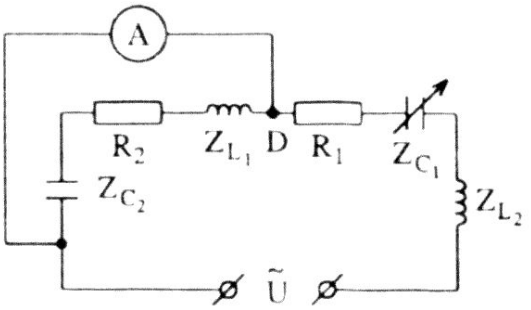
Bài toán 2.8.2

Cho mạch điện như hình 2.83

$R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = Z_{L_1} = 4\Omega$

$Z_{L_2} = Z_{C_2} = 3\Omega$, $U = 120V$

Hỏi cường độ dòng điện, chỉ số của vôn kế, công suất toàn mạch biến đổi như thế nào khi tăng Z_{C_1} từ 2Ω đến 8Ω. $R_V = \infty$



Hình 2.83

Giải:

Cường độ dòng điện trong mạch:

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R + R_2)^2 + (Z_{L_1} + Z_{L_2} - Z_{C_1} - Z_{C_2})^2}}$$

$$I = \frac{120}{\sqrt{36 + (4 - Z_{C_1})^2}}$$

Trước hết cần tìm Z_{C_1} để cường độ I cực đại

I_{max} khi $Z_{C_1} = 4\Omega$

$$I_{max} = \frac{120}{6} = 20(A)$$

Vônkế chỉ U_{CD}

$$U_{CDmax} = I_{max} Z_{CD}$$

$$Z_{CD} = \sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2} = 4.123 (\Omega)$$

$$U_{CDmax} = 20.\ 4,123 = 82,46\ (V)$$

Công suất toàn mạch cực đại:

$$P_{max} = (R_1 + R_2)I^2_{max} = 2400\ (V)$$

Khi $Z_{C_1} = 2\Omega$

$$I = \frac{120}{\sqrt{36+4}} = 6\sqrt{10}\,(A)$$

$$U_{CD} = IZ_{CD} = 6\sqrt{10}\ .4,123 = 78,23 (V)$$

$$P = (R_1 + R_2)\,I^2 = 2160\ W$$

Khi $Z_{C_1} = 8\Omega$

$$I = \frac{120}{\sqrt{36+16}} = 16,61 (A)$$

$$U_{CD} = I\,Z_{CD} = 16,61.\ 4,123\ = 68,6\ (V)$$

$P = (R_1+R_2)I^2 = 1661,5\ (W)$

Các kết quả trên được lập thành bảng sau:

Z_{C_1}	2	→	4	→	8
Cường độ I	$6\sqrt{10}$	↗	20	↘	16,64
HĐT U_{CD}	78,23	↗	82,46	↘	68,6
Công suất P	2160	↗	2400 max	↘	1661,5

Bài toán 2.8.3

Chứng minh rằng trong một mạch gồm nhiều điện trở thuần, nhiều tụ điện, nhiều cuộn cảm mắc nối tiếp nếu một trong các điện trở thuần biến đổi thì công suất toàn mạch đạt tới cực đại khi $\sum R = \pm(\sum Z_L - \sum Z_C)$ và $P_{max} = \dfrac{U^2}{2\sum R}$

Giải:

Công suất toàn mạch:

$$P = \sum R.I^2$$

Với
$$I^2 = \frac{U^2}{(\sum R)^2 + (\sum Z_L - \sum Z_C)^2}$$

$$\Rightarrow P = \frac{U^2 \sum R}{(\sum R)^2 + (\sum Z_L - \sum Z_C)^2}$$

Chia cả tử lẫn mẫu cho $\sum R$

$$P = \frac{U^2}{\sum R + \dfrac{(\sum Z_L - \sum Z_C)^2}{\sum R}}$$

Tử số U^2 là một số không đổi. Muốn công suất P lớn nhất thì mẫu số phải nhỏ nhất.

Nhận xét: mẫu số là tổng của hai số

Xét tích: $\sum R.\dfrac{(\sum Z_L - \sum Z_L)^2}{\sum R} = (\sum Z_L - \sum Z_C) =$ hằng số

Vậy tổng nhỏ nhất khi:

$$\sum R = \frac{(\sum Z_L - \sum Z_C)^2}{\sum R}$$

Suy ra
$$\sum R = \pm(\sum Z_L - \sum Z_C)$$

và
$$P_{max} = \frac{U^2}{2\sum R}$$

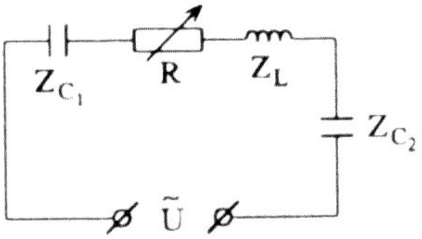
Bài toán 2.8.4

Có mạch điện hình 2.84

$Z_{C_1} = 2\Omega$, $Z_{C_2} = 6\Omega$

$R_L = 0$, $U = 60$ V

Hỏi công suất toàn mạch biến đổi như thế nào khi tăng R từ 2Ω lên đến 10Ω



Hình 2.84

Giải:

Trước hết cần tìm với R bằng bao nhiêu thì công suất toàn mạch cực đại.

$$P = RI^2 = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_{C_1} - Z_{C_2})^2}$$

$$\Rightarrow P = \frac{3600R}{R^2 + 16}$$

Ngoài cách giải bằng hệ quả của bất đẳng thức Côsi còn có thể giải bằng 1 trong 2 phương pháp sau:

1. Lấy đạo hàm của P theo R

$$P' = \frac{(R^2 + 16)3600 - 3600R.2R}{(R + 16)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow R^2 = 16$$

$$R = 4 \text{ và } P_{max} = 450(W)$$

2. Dùng điều kiện có nghiệm của phương trình bậc 2

$$PR^2 + 3600R - 16P = 0$$

$$\Delta' = 3240000 - 16P^2 \geq 0$$

$$P \leq 450$$

Suy ra $P_{max} = 450$ (V); $\Delta' = 0$ và nghiệm $R = 4(\Omega)$

Với $R = 2(\Omega)$ $P = 360$ (W)

Với $R = 10(\Omega)$ $P = 310{,}34$ (W)

Kết luận

Khi tăng R từ $2(\Omega)$ đến $4(\Omega)$ công suất toàn mạch tăng từ 360W đến cực đại 450W

Khi tăng R từ $4(\Omega)$ đến $10(\Omega)$ công suất toàn mạch giảm từ cực đại 450W đến 310,34W

Bài toán 2.8.5

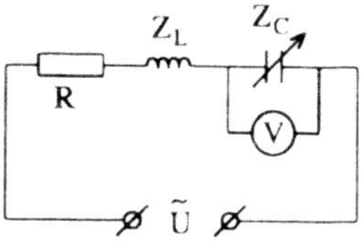
Cho mạch điện hình 2.85

$R = 100(\Omega)$,

$Z_L = 100\sqrt{3}\,\Omega$, $R_V = \infty$

Tìm Z_C để vôn kế chỉ một hiệu điện thế cực đại.

Tìm hiệu điện thế đó biết $U = 120V$



Hình 2.85

Giải:

Dùng một trong hai phương pháp sau:

1. Đạo hàm: Vôn kế chỉ hiệu điện thế U_C

$$U_C = IZ_C$$

$$\Leftrightarrow U_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{120}{\sqrt{100^2 + (100\sqrt{3} - Z_C)^2}}$$

Chia tử và mẫu cho Z_C

$$U_C = \frac{120}{\sqrt{\dfrac{100^2 + (100\sqrt{3} - Z_C)^2}{Z_C^2}}}$$

Tử số là một số không đổi, muốn U_C cực đại thì mẫu số cực tiểu. Lấy đạo hàm mẫu số theo Z_C ta được

$$\frac{Z_C^2.2(100\sqrt{3}-Z_C)(-1)-\left[100^2+(100\sqrt{3}-Z_C)^2\right]2Z_C}{Z_C^4}=$$

Suy ra: $Z_C = 230,94\ (\Omega)$

và $U_{max} = 240\ (V)$

Cách 2: Giản đồ véc tơ:

Phân mạch điện thành 2 đoạn mạch AB và BC mắ tiếp.

$$Z_{AB}=\sqrt{R^2+Z_L^2}=\sqrt{100^2+3.100^2}=200(\Omega)$$

$$\cos\varphi_{AB}=\frac{R}{Z_{AB}}=\frac{1}{2}\rightarrow\varphi_{AB}=\frac{\pi}{3}$$

Z_{AB} cảm kháng: u_{AB} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{3}$. u_{BC} c

pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$

Phương trình và giản đồ véc tơ hiệu điện thế (hình2.86)

$$\vec{U}=\overrightarrow{U_{AB}}+\overrightarrow{U_{BC}}$$

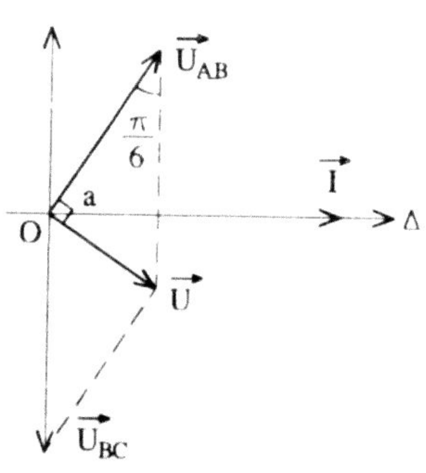
Dùng định lý hàm sin trong tam giác vectơ:

$$\frac{U}{\operatorname{Sin}\frac{\pi}{6}}=\frac{U_{AB}}{\sin a}$$

$$\Leftrightarrow U_{AB}=\frac{U\sin a}{\sin\frac{\pi}{2}}$$

U_{BC} cực đại khi sina = 1

$$\Rightarrow a=\frac{\pi}{2}$$



Hình 2.86

Suy ra: $U_{BC\max} = \dfrac{120}{0,5} = 240V$

Mặt khác:

$$U_{BC\max} = \frac{U_{AB}}{\cos\frac{\pi}{6}}$$

$$\Leftrightarrow IZ_C = \frac{IZ_{AB}}{\cos\frac{\pi}{6}}$$

$$\Leftrightarrow Z_C = \frac{200.2}{\sqrt{3}} = 230,94\Omega$$

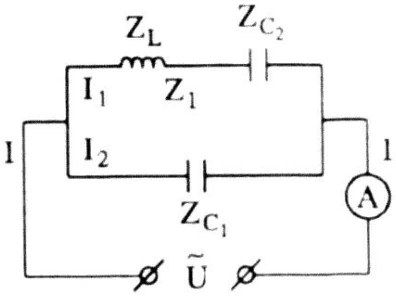
Bài toán 2.8.6

Ở mạch điện hình 2.87 tìm Z_{C_1} để ampe kế chỉ một cường độ nhỏ nhất.

$Z_{C_2} = 2\Omega$;

$Z_L = 8\Omega$;

$R_A = 0$



Hình 2.87

Giải:

Tổng trở $Z_1 = Z_L - Z_{C_2} = 6\ (\Omega)$

i_1 chậm pha hơn $u_{//}$ một góc $\dfrac{\pi}{2}$

i_2 nhanh pha hơn $u_{//}$ một góc $\dfrac{\pi}{2}$

Phương trình véc tơ cường độ dòng điện

$$\overline{I} = \overrightarrow{I_1} + \overrightarrow{I_2}$$

Độ lớn của cường độ dòng điện trong mạch: $I = |I_1 - I_2|$

$\Rightarrow I_{min} = 0 \Leftrightarrow$ hai cường độ I_1 và I_2 cùng độ lớn

$$\Rightarrow \frac{U_{//}}{Z_1} = \frac{U}{Z_{C_1}}$$

$$\Leftrightarrow Z_{C_1} = Z_1 = 6(\Omega)$$

Bài toán 2.8.7

Có mạch điện như hình 2.88

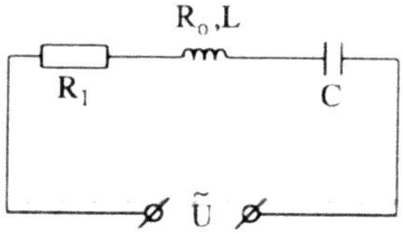
$R_1 = 25\Omega$, $R_0 = 6\Omega$, $L = 0,44$

$C = 5,1\ \mu F$, $U = 60\ V$

Với tần số f của dòng xoay chiều bằng bao nhiêu thì.

1. Cường độ hiệu dụng trong mạch đạt tới cực đại. Tìm cường độ này.

2. Hiệu điện thế hai tấm tụ điện đạt tới cực đại? Tìm giá trị này.



Hình 2.88

Giải:

1.Cường độ cực đại

$$I = I_{max} \text{ khi } Z_L = Z_C$$

$$\Leftrightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

$$\Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 2\pi f$$

Suy ra $$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6,28\sqrt{10^{-2}.5,1.10^{-6}}}$$

$$\Rightarrow f = 705\ Hz,$$

$$\Rightarrow I_{max} = \frac{U}{R_1 + R_0} = 1,935A$$

2. Hiệu điện thế hai bản tụ điện

$$U_C = I.Z_C$$

$$\Leftrightarrow U_C = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \cdot \frac{1}{C\omega} \quad \text{với } R = R + R_0$$

$$\Leftrightarrow U_C = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + L^2\omega^2 - 2\frac{L}{C})C^2\omega^2}}$$

$$\Leftrightarrow U_C = \frac{U}{\sqrt{R^2C^2\omega^2 + L^2C^2\omega^2 - 2L\omega^2 + 1}}$$

$$\Leftrightarrow U_C = \frac{U}{\sqrt{L^2C^2\omega^4 + (R^2C - 2L)\omega^2 + 1}}$$

Tử số U là một số không đổi, muốn U_C cực đại thì mẫu số phải cực tiểu

Đặt $\quad y = L^2C^2\omega^1 + (R^2C - 2L)\,\omega^2 + 1$

Lấy đạo hàm y theo ω và cho triệt tiêu

$$y' = 4\,L^2C^2\omega^3 + (R^2C - 2L)2\omega = 0$$

$$\Leftrightarrow y' = \omega[4L^2C^2\omega^2 - (2L - R^2C)\,2C] = 0$$

Suy ra $\quad \omega = \sqrt{\frac{(2L - R^2C)2C}{4L^2C^2}} = 2\pi f$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{2\pi L}\sqrt{\frac{2L - R^2C}{2C}}$$

$$\Leftrightarrow f = \frac{1}{6{,}28.10^{-2}}\sqrt{\frac{2.10^{-2} - 961.5{,}1.10^{-6}}{2.5{,}1.10^{-6}}} = 612Hz$$

Từ đó: $\quad Z_L = L\,2\pi\,f = 0{,}01.6{,}28.612 = 38{,}4\Omega$

$$Z_C = \frac{1}{C.2\pi f} = \frac{1}{5{,}1.10\;.6{,}28.612} = 51\Omega$$

Tổng trở toàn mạch :

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$= \sqrt{31^2 + (38,4 - 51)^2} = 33,46\Omega$$

Cường độ dòng điện trong mạch:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{60}{33,46} = 1,793A$$

Hiệu điện thế cực đại của tụ điện:

$$U_{C\max} = I.Z_C = 1,793.\ 51 = 91,45\ V$$

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 2.8

1. Về cường độ dòng điện của mạch nối tiếp

a. Giá trị cực đại

Thường xảy ra ở mạch RLC nối tiếp

Sử dụng công thức:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(\Sigma R)^2 + (\Sigma Z_L - \Sigma Z_C)^2}}$$

Lập luận: $I = I_{\max} = \dfrac{U}{\Sigma R}$ khi $\Sigma Z_L = \Sigma Z_C$

$$\frac{a}{\sin a} = \frac{b}{\sin b} = \frac{c}{\sin c}$$

và biện luận theo hàm sin này.

2. Về hiệu điện thế: thường là giá trị cực đại.

Có hai trường hợp xảy ra:

a. Hiệu điện thế cực đại ở hai đầu một tổng trở không đổi trong khi tổng trở khác thay đổi.

$$U = IZ$$

Muốn U cực đại thì I phải cực đại: giải bài toan cường độ cực đại (cộng hưởng).

b. Hiệu điện thế cực đại ở hai đầu một tổng trở biến đổi khi các tổng trở khác không đổi.

Chọn trở kháng x của phân tử biến đổi làm biến số, lập hàm số U = f(x) rồi sử dụng một trong những công cụ toán học sau mà giải:

1/ đạo hàm bậc nhất triệt tiêu

2/ hệ quả của bất đẳng thức côsi: tích của hai số không đổi thì tổng của chúng cực tiểu khi hai số bằng nhau.

3/ điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai $\Delta \geq 0$

4/ giản đồ vectơ hiệu điện thế và định lí hàm sin

$$\frac{a}{\sin a} = \frac{b}{\sin b} = \frac{c}{\sin c}$$

và biện luận theo hàm sin này

3. Về công suất của mạch nối tiếp

Có hai trường hợp xảy ra

a. Công suất cực đại ở mạch có ΣR không đổi

$$P = I^2\Sigma R$$

Muốn P cực đại thì I phải cực đại: giải bài toán cộng hưởng

b. Công suất cực đại ở mạch có ΣR biến đổi:

Lập hàm số $P = I^2\Sigma R$

$$P = \frac{U^2 \Sigma R}{(\Sigma R)^2 + (\Sigma Z_L - \Sigma Z_C)^2}$$

rồi sử dụng một trong các công cụ toán học trên để giải quyết

Chú ý: 1. Trong trường hợp tần số f của dòng xoay chiều biến đổi dẫn đến các đại lượng I, U, P đạt tới giá trị cực đại thì không nên chọn Z_L hay Z_C làm biến số mà chọn ω vì cả Z_L và Z_C đều thay đổi theo ω.

2. Nếu cần khảo sát các đại lượng I, U hay P biến thiên như thế nào khi các trở kháng R, Z_L, Z_C biến đổi trong một khoảng nào đó thì trước hết cần khảo sát với giá trị nào của trở kháng, các đại lượng trên đạt tới giá trị cực đại. Sau đó mới khảo sát giá trị của các đại lượng này ứng với giá trị đầu và cuối của trở kháng vì các hàm số đều biến thiên liên tục theo các trở kháng.

MỘT SỐ BÀI TOÁN ÁP DỤNG

Bài toán 2.8.8.

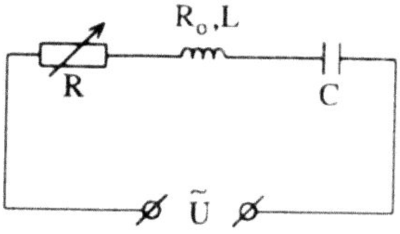
Cho mạch điện như hình 2.89

$R_0 = 30\Omega$, $L = \dfrac{1,4}{\pi}$ H,

$u = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

1. Cho C = 31,8 μF.

Tìm R để:



Hình 2.89

a. Công suất toàn mạch cực đại. Tìm công suất đó

b. Công suất ở R cực đại. Tìm công suất đó

2. Cho R = 20Ω. Phải thay đổi điện dung C của tụ điện đến giá trị nào để hiệu điện thế hai tấm tụ đạt tới cực đại. Tìm hiệu điện thế này.

Giải:

1. $$Z_L = L\omega = \frac{1,4}{\pi}100\pi = 140(\Omega)$$

$$Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{31,8.10^{-6}.100\pi} = 100\Omega$$

a. Công suất toàn mạch:

$$P = (R + R_o)I^2 = \frac{U^2(R + R_o)}{(R + R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Chia cả tử lẫn mẫu cho $(R + R_o)$

$$P = \frac{U^2}{R + R_o + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R + R_o}}$$

Tử số U^2 là một số không đổi, muốn P cực đại thì mẫu phải cực tiểu.

Xét tích $(R + R_o) \times \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R + R_o} = (Z_L - Z_C)^2$ không đổi

Vậy mẫu cực tiểu khi:

$$R + R_o = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R + R_o}$$

Suy ra $$R + R_o = |Z_L - Z_C| = 40\ (\Omega)$$

$$\Leftrightarrow R = 40 - R_o = 40 - 30 = 10\ (\Omega)$$

$$\Rightarrow P_{max} = \frac{U^2}{2(R + R_o)} = \frac{100^2}{2.40} = 125(W)$$

b. Công suất tiêu thụ ở R

$$P_R = RI^2 = \frac{U^2R}{(R + R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Chia cả tử lẫn mẫu cho R

$$P_R = \frac{U^2}{\dfrac{R^2 + 2RR_o + R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R}}$$

$$P_R = \frac{100^2}{60 + R + \dfrac{2500}{R}}$$

P_R cực đại khi $(R + \dfrac{2500}{R})$ cực tiểu

Suy ra $R^2 = 2500$

$$\Rightarrow R = 50\Omega$$

$$\Leftrightarrow P_{Rmax} = \frac{10000}{60 + 50 + 50} = 62{,}5 \ \ (W)$$

2. Hiệu điện thế hai bản tụ điện

$$U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{(R + R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\Rightarrow U_C = \frac{100Z_C}{\sqrt{2500 + (140 - Z_C)^2}}$$

Chia cả tử lẫn mẫu cho Z_C:

$$U_C = \frac{100}{\sqrt{\dfrac{2500 + (140 - Z_C)^2}{Z_C^2}}}$$

Lấy đạo hàm của mẫu số theo Z_C và cho triệt tiêu

$$Z_C^2(140 - Z_C)(-2) - (2500 + 140^2 + Z_C^2 - 280Z_C)2Z_C = 0$$

$$\Leftrightarrow -280Z_C + 2Z_C^2 - 2Z_C^3 = 5000 + 39200 + 2Z_C^2 - 560Z_C - 2Z_C^3$$

$$\Leftrightarrow 280Z_C = 44200$$

$$\Leftrightarrow Z_C = 157{,}86 \ (\Omega)$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{Z_C\omega} = \frac{1}{157,85.314} = 20.10^{-6}\ (F)$$

$$\Rightarrow U_{C\max} = \frac{100.157,89}{\sqrt{2500 + 318,9}} = 297,4\ (V)$$

Bài toán 2.8.9.

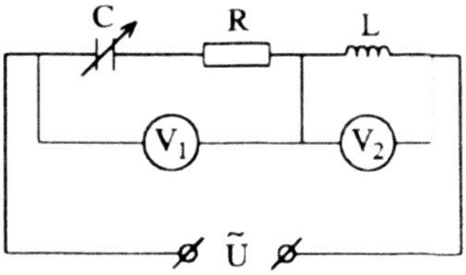
Cho mạch điện như hình 2.90

$u = 220\sqrt{2}\ \sin 100\pi t\ (V)$

$R = 10\sqrt{3}\ \Omega,\ Z_L = 20(\Omega)$

$Z_C = 30\ \Omega$

Thay đổi Z_C từ giá trị ban đầu này, hỏi chỉ số của các vôn kế V_1 và V_2 biến đổi như thế nào?



Hình 2.90

Giải:

Chỉ số của von kế V_2:

$$U_2 = IZ_1 = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Trước hết cần tìm giá trị Z_C để U_2 cực đại và U_2 cực đại khi $R^2 + (Z_L - Z_C)^2$ cực tiểu

Đặt: $y = R^2 + (Z_L - Z_C)^2$

$$\Rightarrow y' = -2(Z_L - Z_C) = 0$$

$$\Leftrightarrow Z_C = Z_L = 20\ \Omega$$

$$\Rightarrow U_{2\max} = \frac{220.20}{10\sqrt{3}} = 254\ (V)$$

$$Z_C = 0 \Rightarrow U_2 = \frac{220.20}{\sqrt{300 + 400}} = 166,3\ (V)$$

$$Z_C = 30 \Rightarrow U_2 = \frac{220.20}{\sqrt{300+100}} = 220\ (V)$$

$$Z_C = \infty \Rightarrow U_2 = 0$$

Kết quả được phản ảnh ở bảng biến thiên sau:

Z_C	0	20	30	∞
u_2	166,3 ↗	max 254	↘ 220	0

Khi Z_C giảm từ 30Ω đến 20Ω chỉ số của V_2 tăng từ 220V đến 254V.

Khi Z_C tiếp tục giảm từ 20Ω đến 0 chỉ số của V_2 giảm từ 254V đến 166,3V

Khi Z_C tăng từ 30Ω đến vô cùng lớn chỉ số của V_2 giảm từ 220V đến 0

Chỉ số của vôn kế V_1:

$$U_1 = I\sqrt{R^2 + Z_C^2}$$

$$\Leftrightarrow U_1 = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\Leftrightarrow U_1 = U\sqrt{\frac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

muốn U_1 cực đại thì $\dfrac{R^2 + Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ cực đại

Lấy đạo hàm theo Z_C và cho triệt tiêu

$$\frac{(R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_LZ_C)2Z_C - (R^2 + Z_C^2)2(Z_L - Z_C)(-1)}{[R^2 + (Z_L - Z_C)^2]^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2R^2Z_C + 2Z_L^2Z_C + 2Z_C^3 - 4Z_LZ_C^2 = -2R^2Z_L - 2Z_LZ_C^2 + 2R^2Z_C + 2Z_C^3$$

Chuyển vế và thay số

$$\Rightarrow Z_C^2 - 20Z_C - 300 = 0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} Z_C = -10\Omega \text{ loại} \\ Z_C = 30\Omega \end{array}\right.$$

$$Z_C = 30\Omega \Rightarrow U_{1max} = \sqrt{\frac{300+900}{300+100}}\,.\,220 = 220\sqrt{3}\ V$$

$$Z_C = 0 \Rightarrow \quad U_1 = 220\sqrt{\frac{300}{300+400}} = 144V$$

$$Z_C = \infty \Rightarrow \quad U_1 = 220\ V$$

Vì lúc đầu $Z_C = 30\Omega$, U_1 đã đạt tới giá trị cực đại nên dù tăng hay giảm Z_C chỉ số vôn kế U_1 đều giảm.

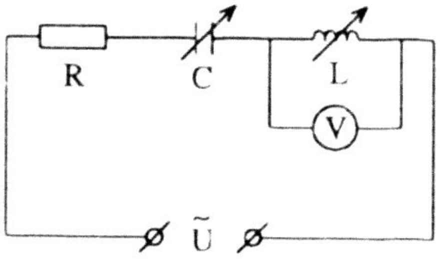
Bài toán 2.8.10.

Cho mạch điện hình 2.91

$U = 160\ V$

$R = 128\Omega$

Thay đổi C đến một giá trị xác định nào đó rồi thay đổi L cho đến khi vôn kế V chỉ một hiệu điện thế cực đại $U_{Lmax} = 320V$. Tìm Z_L và Z_C.



Hình 2.91

Giải:

$$U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2+(Z_L-Z_C)^2}}$$

$$\Rightarrow U_L = \sqrt{\frac{Z_L^2}{R^2+(Z_L-Z_C)^2}}$$

muốn U_L cực đại, $\frac{Z_L^2}{R^2+(Z_L-Z_C)^2}$ phải cực đại Z_C xác định

Lấy đạo hàm theo Z_L và cho triệt tiêu

$$\frac{[R^2 + (Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_L Z_C)]2Z_L - 2Z_L^2(Z_L - Z_C)}{[R^2 + (Z_L - Z_C)^2]^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2Z_L(R^2 + Z_C^2 - Z_L Z_C) = 0$$

$$\Leftrightarrow Z_C^2 - Z_L Z_C + R^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow Z_L = \frac{Z_C^2 + R^2}{Z_C}$$

Ta có: $(Z_L - Z_C)\, Z_C = R^2$

$$\Leftrightarrow Z_L - Z_C = \frac{R^2}{Z_C}$$

$$\Rightarrow U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{R^2}{Z_C}\right)^2}} \cdot \frac{Z_C^2 + R^2}{Z_C}$$

$$\Leftrightarrow U_{L\max} = \frac{U}{\sqrt{R^2 \times \frac{Z_C^2 + R^2}{Z_C^2}}} \cdot \frac{Z_C^2 + R^2}{Z_C} = \frac{U}{R}\sqrt{R_C^2 + R^2}$$

Thay số:

$$320 = \frac{160}{128}\sqrt{Z_C^2 + 128^2}$$

$$\Leftrightarrow Z_C = 221{,}7\ (\Omega)$$

$$\Rightarrow Z_L = \frac{221{,}7^2 + 128^2}{221{,}7} = 295{,}6\ (\Omega)$$

Bài toán 2.8.11.

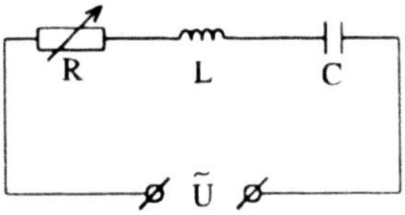
Cho mạch điện ở hình 2.92.

$u = 200 \sin 100\pi t$ (V)

$Z_C = 200\Omega$, $Z_L = 80\Omega$

1. Tìm R để công suất tiêu thụ cực đại. Tìm công suất đó

2. Tìm R để công suất tiêu thụ bằng $\frac{3}{5} P_{max}$ biết R chỉ biến đổi được từ 0 đến 200Ω.



Hình 2.92

Giải:

1. $$P = RI^2 = \frac{U^2R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$\Leftrightarrow PR^2 - U^2R + P(Z_L - Z_C)^2 = 0$$

Biệt số: $\Delta = U^4 - 4P^2 (Z_L - Z_C)^2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow U^4 \geq 4P^2(Z_L - Z_C)^2$$

$$\Leftrightarrow P^2 \leq \frac{U^4}{4(Z_L - Z_C)^2}$$

$$\Leftrightarrow P \leq \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}$$

$$\Rightarrow P_{max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} = \frac{2.10000}{2.120} = 83,33 \text{ (W)}$$

Khi $P = P_{max}$, $\Delta = 0$

$$R = \frac{U^2}{2P_{max}} = \frac{2.10000}{2.83,33} = 120\ \Omega$$

2. $$P = RI^2 = \frac{U^2R}{R^2+(Z_L-Z_C)^2}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{R(100\sqrt{2})^2}{R^2+120^2} = \frac{3}{5}.\frac{250}{3}$$

$$\Leftrightarrow 20000R = 50R^2 + 720000$$

$$\Leftrightarrow R^2 - 400R + 1440 = 0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} R = 300(\Omega) \text{ loại vi } R \le 200 \\ R = 40(\Omega) \end{array}\right.$$

Chương 3

TRUYỀN TẢI ĐIỆN NĂNG ĐI XA SẢN XUẤT ĐIỆN NĂNG MÁY BIẾN THẾ

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ KHI GIẢI CÁC BÀI TOÁN CHƯƠNG 3.

3.1. Máy biến thế

a. Quan hệ giữa suất điện động và số vòng dây:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3.1)$$

Nếu hai suất điện động cùng pha:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3.2)$$

Cuộn sơ cấp giữ vai trò máy thu nên:

$$u_1 = e_1 + i_1 r_1 \quad (3.3)$$

Cuộn thứ cấp giữ vai trò máy phát nên:

$$u_2 = e_2 - i_2 r_2 \quad (3.4)$$

Nếu điện trở thuần của cuộn sơ cấp bằng 0 thì:

$$\frac{U_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3.5)$$

Nếu điện trở thuần của cả hai cuộn bằng 0:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3.6)$$

nếu cuộn thứ cấp để mạch hở:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} \qquad (3.7)$$

b. Quan hệ giữa cường độ dòng điện và số vòng dây nếu hiệu suất của máy bằng 100%.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_1}{n_2} \qquad (3.8)$$

c. Công suất cảm ứng

$$E_1I_1 = E_2I_2 \qquad (3.9)$$

d. Hiệu suất của máy biến thế

$$H = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2I_2}{U_1I_1} \qquad (3.10)$$

3.2. Vận tải điện năng đi xa (coi như $\cos\varphi = 1$)

a. Nơi phát $P_f = U_fI_f$ (3.11)

b. Nơi thu $P_t = U_tI_t$ (3.12)

c. Trên đường dây

$$R_d = \rho\frac{2l}{\delta} \qquad (3.13)$$

$$U_d = R_dI_d \qquad (3.14)$$

$$P_d = U_dI_d = R_dI^2 \qquad (3.15)$$

II. MỘT SỐ BÀI TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Bài toán máy biến thế và bài toán truyền tải điện năng đi xa có liên hệ mật thiết với nhau nên nhiều khi giải đồng thời cả hai bài toán.

3.1. Bài toán về máy biến thế

Bài toán 3.1.1.

Một máy biến thế mà cuộn sơ cấp gồm 1200 vòng, và có điện trở nhỏ không đáng kể, cuộn thứ cấp có điện trở 1Ω và gồm 60 vòng, được dùng ở hiệu điện thế 120V để thắp sáng một bóng đèn 6W-6V.

1. Hỏi bóng đèn sáng như thế nào? Tìm công suất tiêu thụ ở bóng đèn.

2. Tìm cường độ dòng sơ cấp biết máy biến thế có hiệu suất 98%.

3. Quấn thêm xung quanh lõi sắt 10 vòng dây mà hai đầu dây được nối với một vôn kế có điện trở rất lớn. Hỏi vôn kế chỉ bao nhiêu?

Giải:

1. Điện trở của bóng đèn:

$$R = \frac{U_{dm}^2}{P_{dm}} = \frac{36}{6} = 6\Omega$$

Suất điện động trong cuộn thứ cấp

$$E_2 = U_1 \frac{n_2}{n_1} = 120 \frac{60}{1200} = 6V$$

Cường độ dòng thứ cấp

$$I_2 = \frac{E_2}{R + r_1} = \frac{6}{7} A$$

Hiệu điện thế hai đầu bóng đèn:

$$U_2 = I_2 R = \frac{6}{7}.6 = \frac{36}{7} V$$

$U_2 < U_{dm}$: bóng đèn tối hơn mức bình thường.

Công suất tiêu thụ ở bóng đèn:

$$P = RI_2^2 = 6.\frac{36}{49} = \frac{216}{49} = 4,4\ W$$

2. Cường độ dòng sơ cấp:

Hiệu suất $H = \frac{n_2}{n_1} = 0,98$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{U_2 I_2}{0,98 U_1} = 0,037A$$

3. Cuộn dây quấn thêm giữ vai trò cuộn thứ cấp thứ hai. Vì vôn kế có điện trở rất lớn nên coi như cuộn thứ cấp để mạch hở.

$$\frac{U'_2}{U_1} = \frac{n'_2}{n_1}$$

$$\Rightarrow U'_2 = \frac{120.10}{1200} = 1V$$

Đó cũng là số chỉ của vôn kế

Bài toán 3.1.2.

Một máy biến thế có cuộn sơ cấp gồm 2000 vòng và cuộn thứ cấp gồm 4000 vòng, được mắc vào hiệu điện thế 100 V.

1. Tìm hiệu điện thế hai đầu cuộn thứ cấp để mạch hở với giả thiết bỏ qua điện trở cuộn sơ cấp.

2. Mắc vào hai đầu cuộn thứ cấp một vôn kế có điện trở rất lớn thì thấy vôn kế chỉ 199V. Giải thích tại sao kết quả đo được lại khác kết quả tính toán trên. Tìm tỉ số giữa cảm kháng Z_L của cuộn sơ cấp và điện trở thuần của nó.

3. Thay lõi của máy biến thế bằng một lõi khác làm cho hệ số tự cảm của cuộn sơ cấp giảm đi 100 lần. Hỏi ở hiệu điện thế dùng trên hiệu điện thế hai đầu cuộn thứ cấp bằng bao nhiêu?

Giải:

1. Vì bỏ qua điện trở cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp để mạch hở nên:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\Rightarrow U_2 = U_1 \frac{n_2}{n_1} = \frac{100\ .\ 4000}{2000} = 200V$$

2. Trong trường hợp này phải coi cuộn sơ cấp có điện trở thuần r và mạch sơ cấp được coi như gồm một điện trở thuần mắc nối tiếp với cuộn cảm không có điện trở thuần. Khi đó:

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_L + \bar{U}_{r_1}$$

với U_L bằng suất điện động e_1 của cuộn sơ cấp.

Vì vôn kế mắc vào hai đầu cuộn thứ cấp có điện trở rất lớn nên coi như cuộn thứ cấp để mạch hở. Khi đó

$$\frac{U_L}{U'_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\Rightarrow U_L = U'_2 \frac{n_1}{n_2} = 199.\frac{2000}{4000} = 99{,}5\ V$$

Hai vectơ $\vec{U}_L$ và $\bar{U}_{r_1}$ vuông góc nên

$$U_1^2 = U_L^2 + U_{r_1}$$

Suy ra $U_{r_1} = \sqrt{U_1^2 - U_L^2} \approx 10V$

Tỉ số: $\dfrac{U_L}{U_{r_1}} = \dfrac{I_1 Z_L}{I_1 r_1} = \dfrac{99{,}5}{10} = 9{,}95$

Vậy $\dfrac{Z_L}{r_1} = 9{,}95$

2. Khi thay lõi biến thế:

$$Z'_L = \frac{Z_L}{100}$$

$$\Leftrightarrow \frac{Z'_L}{r_1} = \frac{Z_L}{100r_1} = \frac{9,95}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_L}{r_1} = \frac{9,95}{100}$$

$$\Rightarrow U'_{r_1} = \frac{100}{9,95}U'_L = 10,05U'_L$$

$$U_1^2 = U'^2_L + U'_{r_1} = U'^2_L + 101U'_L$$

Suy ra: $U'_L = \dfrac{100}{\sqrt{102}} = 9,9V$

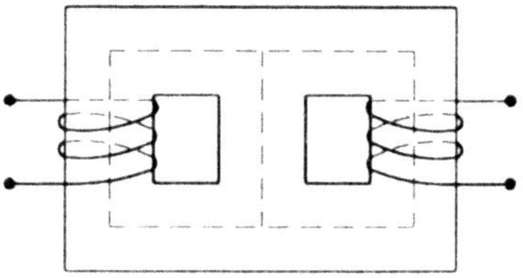
Mặt khác:

$$\frac{U'_L}{U''_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\Rightarrow U''_2 = U'_L \cdot \frac{n_2}{n_1} = 19,8\ V$$

Bài toán 3.1.3.

Một máy biến thế có lõi đối xứng gồm 3 nhánh cùng tiết diện, được quấn hai cuộn dây như hình 3.1. Khi mắc một cuộn vào hiệu điện thế xoay chiều thì các đường cảm ứng từ của từ trường dòng điện không thoát ra ngoài lõi và chia đều cho hai nhánh còn lại. Điện thế các cuộn dây coi như nhỏ không đáng kể.



Hình 3.1

Khi mắc cuộn 1 vào hiệu điện thế U_1 = 40V thì hiệu điện thế hai đầu cuộn 2 để hở là U_2. Hỏi nếu mắc cuộn 2 vào hiệu điện thế U_2 thì hiệu điện thế U'_1 ở hai đầu cuộn 1 để hở bằng bao nhiêu?

Giải:

Khi mắc một cuộn dây vào hiệu điện thế xoay chiều nào đó thì dòng điện qua cuộn dây sinh ra một từ trường và có từ thông đi qua các cuộn dây. Vì các đường cảm ứng từ không đi ra ngoài lõi nên từ thông qua cuộn dây nối với hiệu điện thế sẽ lớn gấp hai lần từ thông qua cuộn dây kia. Do đó vận tốc biến thiên của từ thông qua hai cuộn dây cũng lớn gấp hai lần nhau.

Khi mắc cuộn 1 vào hiệu điện thế U_1 thì vận tốc biến thiên của từ thông qua cuộn 1 là $\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t}$ thì vận tốc biến thiên của từ thông qua cuộn 2 sẽ là $\frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} = \frac{1}{2}.\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t}$.

Vì điện trở các cuộn dây không đáng kể nên:

$$u_1 = e_1 = n_1 \left| \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t} \right| \quad (1)$$

$$u_2 = e_2 = n_2 \left| \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} \right| = n_2 . \frac{1}{2} . \left| \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t} \right| \quad (2)$$

Khi mắc cuộn 2 vào hiệu điện thế U_2 thì vận tốc biến thiên của từ thông qua cuộn 2 là $\frac{\Delta\Phi'_2}{\Delta t} = \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t}$ và qua cuộn 1 là

$$\left| \frac{\Delta\Phi'_1}{\Delta t} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{\Delta\Phi'_2}{\Delta t} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} \right|$$

Khi đó:

$$u_2 = e_2 = n_2 \left| \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} \right| \quad (3)$$

và $u'_1 = e'_1 = n_1 \left| \frac{\Delta\Phi'_1}{\Delta t} \right| = \frac{1}{2} n_1 \left| \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} \right|$ (4)

chia (1) cho (2) ta được:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{2n_1}{n_2} \qquad (5)$$

chia (4) cho (3) ta được:

$$\frac{U'_1}{U_2} = \frac{n_1}{2n_2} \qquad (6)$$

Chia (5) cho (6) ta được:

$$\frac{U_1}{U'_1} = 4$$

Suy ra $U'_1 = \frac{U_1}{4} = 10V$

Bài toán 3.1.4.

Một máy hạ thế có tỉ số các vòng dây $\frac{n_1}{n_2} = \frac{220}{127}$, điện trở cuộn sơ cấp là $r_1 = 3,6\Omega$, điện trở cuộn thứ cấp là $r_2 = 1,2\Omega$. Hai đầu cuộn thứ cấp được mắc với một điện trở $R = 10\Omega$. Xem mạch từ là khép kín và hao phí do dòng Fucô không đáng kể. $U_1 = 220V$.

1. Xác định hiệu điện thế hai đầu điện trở R
2. Tìm hiệu suất của máy biến thế.

Giải:

1. Theo điều kiện của bài toán ta có:

$$e_1 = n_1 \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|$$

$$e_2 = n_2 \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right|$$

Suy ra $\frac{e_1}{e_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{220}{127} = k$

Như đã biết: cuộn sơ cấp giữ vai trò máy thu nên:

$$e_1 = u_1 - i_1r_1$$

cuộn thứ cấp giữ vai trò máy phát nên:

$$u_2 = e_2 - i_2r_2$$

Vì công suất cảm ứng của 2 cuộn dây đây bằng nhau:

$$e_1i_1 = e_2i_2$$

nên $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{i_2}{i_1} = k$

Suy ra $\quad e_1 = ke_2$

$$i_1 = \frac{i_2}{k}$$

Nhưng $i_2 = \frac{U_2}{R}$

nên $i_1 = \frac{U_2}{kR}$

Mặt khác: $u_1 - i_1r_1 = ke_2$

$$u_1 = i_1r_1 = k(u_2 + i_2r_2)$$

$$\Leftrightarrow u_1 - \frac{u_2r_1}{kR} = ku_2 + \frac{ku_2r_2}{R}$$

$$\Leftrightarrow ku_1R - u_2r_1 = k^2u_2R + k^2u_2r_2$$

Suy ra:

$$u_2 = \frac{kU_2R}{k^2(R + r_2) + r_1}$$

thay số và chuyển sang giá trị hiệu dụng:

$$U_2 = \frac{U_2r_1}{kR} = \frac{\frac{220}{127}220.10}{\left(\frac{220}{127}\right)^2(10 + 1,2) + 3,6} = 102.54$$

2. Hiệu suất của máy biến thế

$$H = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1}$$

thay $\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_2 r_1}{k^2(R + r_2) + r_1}$ và $\frac{I_2}{I_1} = \frac{220}{127}$

$$\Rightarrow H = 0,806 = 80,6\%.$$

Bài toán 3.1.5.

Một máy phát điện có hiệu điện thế hai cực:

$$u = 536\sin 100\pi t$$

Công suất của máy phát bằng 50kW, hiệu suất của máy bằng 92%. Nối hai cực máy vào hai đầu máy biến thế có cuộn sơ cấp gồm 163 vòng và cuộn thứ cấp gồm 1240 vòng. Hiệu suất của máy biến thế bằng 98%.

Tìm công suất dòng điện trong cuộn thứ cấp và cường độ dòng điện qua cuộn đó.

Giải:

Hiệu điện thế hiệu dụng 2 cực máy phát điện (cũng là hiệu điện thế U_1 hai đầu cuộn sơ cấp máy biến thế)

$$U_1 = U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \approx \frac{536}{1,41} = 380V$$

Coi hiệu suất của máy biến thế không ảnh hưởng đến sự đổi hiệu điện thế:

$$U_2 = U_1 \frac{n_2}{n_1} = 380\frac{1240}{163} = 2,89kV$$

Công suất mà máy phát cung cấp cho cuộn sơ cấp:

$$P_1 = 0,92P_{mf} = 0,92.50 = 46kW.$$

Công suất mà cuộn sơ cấp truyền cho cuộn thứ cấp:

$$P_2 = HP_1 = 0{,}98\ .\ 46 = 45{,}08\text{kW}.$$

Cường độ dòng thứ cấp:

$$I_2 = \frac{P_2}{U_1} = 15{,}6\ \text{A}$$

3.2. Bài toán về truyền tải điện năng đi xa

Bài toán 3.2.1.

Dùng một hiệu điện thế 100 kW để tải đi một công suất 5000 kW đến một nơi ở cách xa 5 km. Độ giảm thế trên đường dây cho phép bằng 1% hiệu điện thế phát. Tìm tiết diện của dây tải bằng đồng biết điện trở suất của đồng bằng $1{,}7.10^{-8}\Omega$.m.

Giải:

Cường độ dòng điện chạy trong dây tải bằng cường độ dòng điện qua nơi phát:

$$I_d = I_f = \frac{P_f}{U_f} = \frac{5000}{100} = 50\ \text{A}$$

Độ giảm thế trên đường dây:

$$U_d = \frac{U_f}{100} = \frac{100}{100} = 1\text{kV}$$

Điện trở của dây tải:

$$R = \frac{U_d}{I_d} = \frac{1000}{50} = 20\Omega$$

Tiết diện của dây tải:

$$S = \frac{\rho 2l}{R} = \frac{1{,}7.10^{-8}\ .2\ .5.10^{3}}{20} = 8{,}5.10^{-6}\ \text{m}^2$$

Bài toán 3.2.2.

Dùng một hiệu điện thế 6 kW để tải đi một công suất 100kW đến một nơi ở cách xa 7,5 Km. Công suất tổn hao trên đường dây bằng 3% công suất truyền. Tìm khối lượng đồng cần dùng làm dây.

$$\rho = 1,7.10^{-8}\Omega.m,\ D = 8,8 \text{ tấn}/m^3$$

Giải:

Cường độ dòng điện trên đường dây:

$$I_d = I_f = \frac{P_f}{U_f} = \frac{100}{6} = \frac{50}{3} A$$

Công suất tổn hao trên đường dây:

$$P_d = 0,03P_f = 0,03.100 = 3kW$$

Điện trở của dây tải:

$$R = \frac{P_d}{I^2_d} = \frac{3000}{2500} = 10,8\Omega$$

Thể tích của dây:

$$V = S.2l = \frac{\rho 2l.2l}{R_d} = \frac{4l^2\rho}{R_d}$$

Khối lượng của đồng cần dùng:

$$m = VD = \frac{4l^2\rho D}{R_d} = \frac{4.56,25.10^{6}.1,7.10^{-8}.8,8}{10,8} \approx 3,117 \text{ tấn}$$

Bài toán 3.2.3.

Hỏi phải tăng hiệu điện thế nơi phát lên bao nhiêu lần để giảm công suất tiêu hao trên đường dây đi 100 lần với yêu cầu công suất nơi thu không đổi. Biết rằng độ giảm thế trên đường dây khi chưa tăng hiệu điện thế nơi phát bằng n lần hiệu điện thế nơi thu khi đó?

Giải:

Dùng chỉ số 1 và 2 cho các đại lượng trước và sau khi tăng hiệu điện thế nơi phát

Tìm $$\frac{U_{f_1}}{U_{f_2}} = \frac{U_{t_2} + U_{d_2}}{U_{t_1} + U_{d_1}} \quad (1)$$

Vì $U_{d_1} = n\,U_{t_1}$ nên tìm U_{t_2} và U_{d_2} theo U_{t_1}

$$P_{d_2} = \frac{1}{100} P_{d_1}$$

$$\Leftrightarrow R_d I^2_{d_2} = \frac{1}{100} R_d I^2_{d_1}$$

Suy ra $I_{d_1} = 10\,I_{d_2}$

mặt khác:

$$U_{d_2} I_{d_2} = \frac{1}{100} U_{d_1} I_{d_1}$$

$$\Leftrightarrow U_{d_2} = \frac{1}{100} . U_{d_1} . \frac{I_{d_1}}{I_{d_2}} = \frac{U_{d_1}}{10} = \frac{nU_{t_1}}{10} \quad (2)$$

Vì công suất nơi thu không đổi nên:

$$P_{t_2} = P_{t_1}$$

$$\Leftrightarrow U_{t_2} I_{e_2} = U_{t_1} I_{t_1}$$

$$\Leftrightarrow U_{t_2} = U_{t_1} \frac{I_{t_1}}{I_{t_2}} = U_{t_1} \frac{I_{d_1}}{I_{d_2}} = 10\,U_{t_1} \quad (3)$$

Thay (2) và (3) vào (1)

$$\frac{U_{f_2}}{U_{f_1}} = \frac{n\dfrac{U_{t_1}}{10} + 10U_{t_1}}{U_{t_1} + nU_{t_1}} = \frac{n + 100}{10(1 + n)}$$

Bài toán 3.2.4.

Nhà máy thuỷ điện cung cấp điện cho thị xã cách nhà máy 80 km. Đường dây tải tiêu hao 5% công suất truyền và thị xã chỉ nhận được 47500 kW và hiệu điện thế 190kV.

1. Tìm cường độ dòng điện trên đường dây và điện trở của đường dây đó.

2. Tìm khối lượng đồng dùng làm dây biết $\rho = 1{,}6.10^{-8}\Omega$ m, D = 8,8 tấn/m^3

3. hiệu điện thế hai cực máy phát bằng 10kV được đưa vào hai cực máy tăng thế có hiệu suất 99%. Tìm cường độ dòng điện qua máy phát và công suất của máy này.

4. Ở thị xã, dòng điện được hạ xuống 220 vôn bằng một máy hạ thế có hiệu suất 97%. Tìm cường độ dòng thứ cấp của máy biến thế coi rằng hiệu suất của máy không ảnh hưởng đến sự biến đổi hiệu điện thế.

Giải:

1. Nếu công suất tổn hao trên đường dây bằng 5% công suất truyền thì công suất nơi thu chỉ bằng 95% công suất truyền (cũng là công suất nơi phát)

$$P_f = \frac{P_t.100}{95} = \frac{47500.100}{95} = 50000 \text{ kw}$$

Cường độ dòng điện trên đường dây:

$$I_d = I_t = \frac{P_t}{U_t} = \frac{47500}{190} = 250\text{A}$$

2. Công suất tổn hao trên đường dây:

$$P_d = 0{,}05P_f = 0{,}05.50000 = 2500 \text{ kW}$$

Điện trở của dây tải:

$$R_d = \frac{P_d}{I_d^2} = \frac{25.10^5}{625.10^2} = 40\Omega$$

Khối lượng của đồng:

$$m = VD = 2lSD = \frac{4l^2\rho D}{R_d}$$

$$= \frac{4\ .\ 64.10^8\ .\ 1{,}6.10^{-8}\ .\ 8{,}8}{40} = 90{,}12 \text{ tấn}$$

3. Hiệu điện thế nơi phát f(cũng là hiệu điện thế U_2 hai đầu cuộn thứ cấp của máy tăng thế)

$$U_2 = U_f = \frac{P_f}{I_f} = \frac{50000}{250} = 200\text{kV}$$

Cường độ dòng điện qua cuộn sơ cấp của máy tăng thế:

$$I_1 = \frac{U_2I_2}{HU_1} = \frac{200.250}{0{,}98.10} \approx 5{,}1\text{kA}$$

Đó cũng là cường độ dòng điện qua máy phát điện.

Công suất của máy phát:

$$P_{mf} = U_1I_1 = 10.5100 = 51000 \text{ kW}$$

4. Cường độ dòng điện qua cuộn sơ cấp của máy hạ thế cũng là cường độ dòng điện trên đường dây tải.

Hiệu điện thế nơi thu cũng là hiệu điện thế U_1' hai đầu cuộn sơ cấp của máy hạ thế.

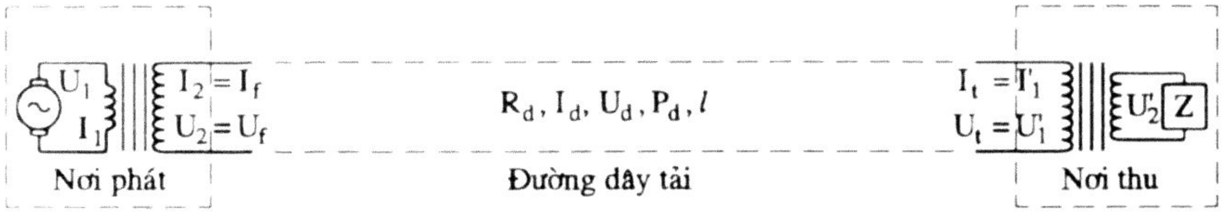
$$H' = \frac{U'_2\,I'_2}{U'_1\,I'_1}$$

$$\Leftrightarrow 0{,}97 = \frac{0{,}22\,.\,I'_2}{190\,.\,250}$$

Suy ra $I'_2 = 209{,}432$ kA

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN LOẠI 3.2

Chỉ cần nắm vững sơ đồ truyền tải điện năng (hình 3.2) và các công thức kèm theo là giải được các bài toán loại này dễ dàng.


U1
I1
I2 = If
U2 = Uf
Nơi phát
Rd, Id, Ud, Pd, l
Đường dây tải
It = I'1
Ut = U'1
U'2
Z
Nơi thu

Hình 3.2

$P_f = U_fI_f$ $\qquad R_d = \rho\dfrac{2l}{4}$ $\qquad P_t = U_tI_t$

$$m = 2lS.D_d$$

$$U_d = R_dI_d$$

$$P_d = U_dI_d = R_dI_d^2$$

$$I_f = I_d = I_t$$

$$U_f = U_d + U_t$$

$$P_f = P_d + P_t$$

Bài toán 3.2.5.

Điện năng được chuyển từ máy tăng thế đến trạm hạ thế có hệ số biến đổi bằng 10 qua dây tải có điện trở 20Ω.

Máy hạ thế cung cấp một công suất 12kW với cường độ dòng điện 100 ampe. Tính:

1. Cường độ dòng điện và hiệu điện thế ở cuộn sơ cấp máy hạ thế.

2. Hiệu điện thế hai đầu cuộn thứ cấp máy tăng thế.

3. Nếu không dùng các máy biến thế mà ở nơi thu vẫn đạt được một công suất và cường độ như cũ thì hiệu điện thế hai cực máy phát phải bằng bao nhiêu và công suất tổn hao trên đường dây bằng bao nhiêu?

Giải:

1. Xem hiệu suất của máy biến thế bằng 100%

Vì là máy hạ thế nên:

$$I_1' < I_2' \text{ và } U_{1'} > U_2'$$

Cường độ dòng điện qua cuộn sơ cấp của máy hạ thế:

$$\frac{I'_1}{I'_2} = \frac{1}{10} \rightarrow I'_1 = \frac{I'_2}{10} = \frac{100}{10} = 10A$$

Hiệu điện thế hai đầu cuộn thứ cấp của máy hạ thế:

$$U'_2 = \frac{P'_2}{I_2} = \frac{12}{100} = 0{,}12kV = 120V$$

Hiệu điện thế hai đầu cuộn sơ cấp máy hạ thế:

$$\frac{U'_1}{U'_2} = 10 \rightarrow U'_1 = 10U'_2 = 1200V$$

2. Độ giảm thế trên đường dây tải

$$U_d = I_d R_d$$

Với $I_d = I'_1 = 10A$

$$\Rightarrow U_d = 10 \,.\, 20 = 200V$$

Hiệu điện thế hai đầu cuộn thứ cấp máy biến thế (cũng là hiệu điện thế nơi phát)

$$U_2 = U_f = U_d + U_t$$

với $U_t = U_1'$

$$U_2 = 200 + 1200 = 1400 \text{ V}$$

3. Khi không dùng các máy biến thế thì dùng điện trên đường dây nối trực tiếp với nơi dùng điện bằng 100A.

Độ giảm thế trên đường dây:

$$U_d' = I_d'R_d = 100 \,.\, 20 = 2000\text{V}$$

Hiệu điện thế nơi phát:

$$U_f' = U_d' + U_t' = 2000 + 120 = 2120 \text{ V}$$

Khi đó, công suất tổn hao trên đường dây:

$$P_d' = R_d I_d'^2 = 20 \,.\, 10000 = 2.10^5\text{W}$$

Bài toán 3.2.6.

Phải dùng một hiệu điện thế bằng bao nhiêu để truyền đi một công suất đến một nơi ở cách xa 5 km với mật độ dòng $J = 2,5.10^5$ A/m^2 và công suất tổn hao trên đường dây chỉ bằng 1% công suất truyền. Cho $\rho = 1,7.10^{-8}\Omega$ m.

Giải:

Theo điều kiện của bài toán:

$$P_d = 0,01P_f$$

với $P_d = R_d I_d^2 = \rho \dfrac{2l}{S} J^2S^2$

$$P_f = U_fI_f = U_fI_d = U_fJS$$

(1), (2), (3) nên $\rho \dfrac{2l}{S} J^2S^2 = (U_fJS) \times 0,01$

Suy ra hiệu điện thế nơi phát:

$$U_f = 100\rho 2lJ$$

$$\Rightarrow U_f = 10^2 . 1{,}7.10^{-8} . 2 . 5.10^3 . 2{,}5.10^5$$

$$= 4250 \text{ V}$$

Bài toán 3.2.7.

Một máy phát điện có công suất 1500 kW cung cấp điện đến một nơi bằng đường dây tải có điện trở 24Ω, khối lượng 5,28 tấn. Công suất tiêu hao trên đường dây bằng 4% công suất truyền.

1. Tìm khoảng cách giữa nơi đi và nơi đến, đường kính của dây tải.

2. Hiệu điện thế nơi phát bằng bao nhiêu?

3. Ở nơi đến dòng điện được hạ xuống 200 V bằng máy hạ thế có hiệu suất 97%. Tìm cường độ dòng thứ cấp.

Cho: $\rho = 1{,}6.10^{-8}\Omega\text{m}$, $D = 8{,}8\text{tấn/m}^3$

Giải:

Khối lượng của dây

$$m = VD = 2lSD$$

với $$S = \rho\frac{2l}{R}$$

$$\Rightarrow m = \frac{4\rho l^2 D}{R}$$

Rút ra $$l = \sqrt{\frac{mR}{4\rho D}} = \sqrt{\frac{5{,}28.24}{4.1{,}6.10^{-8}.8{,}8}} = 1{,}5.10^4\text{m}$$

$$\Rightarrow l = 15 \text{ km}$$

$$S = \rho\frac{2l}{R} = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{\rho 8l}{R\pi}} = \sqrt{\frac{1{,}6.10^{8}.8.1{,}5.10^4}{24.3{,}14}} = 0{,}5.10^{-2}\text{m}$$

Đường kính của dây: d = 5mm.

2. Công suất tổn hao trên dường dây:

$$P_d = 0{,}04P_f \qquad (1)$$

mặt khác $P_d = R_dI_d^2 = R_dI_f^2$

với $$I_f = \frac{P_f}{U_f} \Rightarrow P_d = R_d\,.\,\frac{P_f^2}{u_f^2} \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có:

$$0{,}04P_f = R_d\frac{P_f^2}{U_f^2}$$

Suy ra hiệu điện thế nơi phát

$$U_f = \sqrt{\frac{R_dP_f}{0{,}04}}$$

$$= \sqrt{\frac{15.10^5\,.24}{0{,}04}} = 30000\text{V} = 30\text{kV}$$

3. Hiệu điện thế nơi thu U_t (cũng là hiệu điện thế U_d' hai đầu cuộn sơ cấp máy giảm thế)

$$U_1' = U_t = U_f - U_d = U_f - I_dR_d$$

$$I_d = I_f = \frac{P_f}{U_f} = \frac{1500}{30} = 50\text{A}$$

$$\Rightarrow U_1' = 30000 - 24.50 = 28800\text{ V}$$

Hiệu suất của máy biến thế:

$$H = \frac{U'_2 \, I'_2}{U'_1 \, I'_1}$$

$$\Rightarrow I'_2 = \frac{HU'_1 \, I'_1}{U'_2} = \frac{0{,}97 \, . \, 28{,}8 \, . \, 50}{0{,}2} = 6984 \text{ A}$$

vậy, cường độ dòng thứ cấp máy hạ thế:

$I_2' = 6984$ A

3.3. Bài toán về sản xuất điện năng. máy phát điện xoay chiều.

Suất điện động xoay chiều hình sin trong máy phát điện được tạo ra nhờ sự biến thiên điều hoà của từ thông qua một khung dây. Suất điện động này được tính bằng đạo hàm của từ thông đối với thời gian.

$$e = \lim_{\Delta t \to 0} N \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = N\Phi'_{(t)}$$

Bài toán 3.3.1.

Một khung dây hình chữ nhật có diện tích $\delta = 200 \text{ cm}^2$, gồm $N = 100$ vòng dây, quay đều với vận tốc góc $n = 20$ vòng/s xung quanh một trục ở giữa, nằm vuông góc với đường cảm ứng từ của một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 2\text{T}$. Lúc đầu mặt phẳng khung hợp với mặt phẳng trung hoà một góc $\varphi_0 = 30^\circ$.

1. Lập hàm số biểu thị sự phụ thuộc của từ thông qua mặt phẳng khung dây vào thời gian.

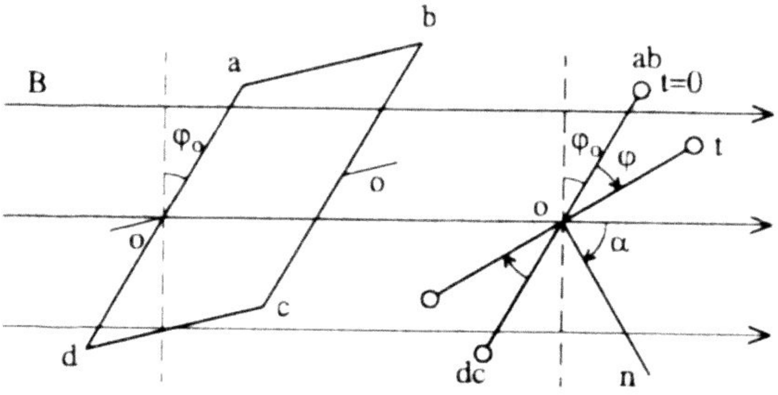
2. Lập hàm số biểu thị sự phụ thuộc của suất điện động cảm ứng trong khung dây vào thời gian.

3. Tìm suất điện động cực đại và suất điện động hiệu dụng.

4. Tìm suất điện động trung bình trong khung trong thời gian nó quay được 30° kể từ vị trí ban đầu.

Giải:

1. Ở thời điểm ban đầu t = 0 pháp tuyến của mặt phẳng khung hợp với các đường cảm ứng từ một góc $\varphi_o = \frac{\pi}{6}$ (hình 3.3)



Hình 3.3

Sau t giây khung quay một góc $\varphi = \omega t = 2\pi nt = 40\pi t$ và pháp tuyến cũng quay theo một góc $\varphi = 40\pi t$. Do đó đến thời điểm t, pháp tuyến hợp với các đường cảm ứng từ một góc $\alpha = 40\pi t + \varphi_o$.

Khi đó từ thông qua mặt phẳng khung là:

$$\Phi = NBS\cos\alpha = NBS\cos(40\pi t + \varphi_o)$$

$$\Leftrightarrow \Phi = 100 . 2 . 0{,}02\cos(40\pi t + \frac{\pi}{6})$$

$$\Leftrightarrow \Phi = 4\cos(40\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (WB)}$$

2. Suất điện động cảm ứng trong khung là đạo hàm của từ thông đối với thời gian.

$$e = |\Phi'_t|$$

$$\Leftrightarrow e = 160\pi \sin(40\pi t + \frac{\pi}{6})$$

$$\Leftrightarrow e = 502,4 \sin(40\pi t + \frac{\pi}{6}) \text{ (V)}$$

3. Khi $\sin(40\pi t + \frac{\pi}{6}) = 1$ thì $e = E_o = 502,4V$

Suất điện hiệu dụng: $E = \frac{E_o}{\sqrt{2}} = 355,25$ V

4. Suất điện động cảm ứng trung bình được tính theo công thức:

$$E_{tb} = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = NBS\left|\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1\right|$$

với $\alpha_2 = 60^o$, $\alpha_1 = 30^o$

$$\Delta t = \frac{1}{20} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{240}$$

$$E_{tb} = 100 \;.\; 2.\; 0,02 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,5\right) .240 = 351,38V$$

Bài toán 3.3.2 .

Một khung dây có diện tích $S = 300$ cm^2 gồm $N = 200$ vòng dây, quay đều trong một từ trường đều có cảm ứng từ $B = 1,5.10^{-2}$T. Suất điện động cực đại trong khung là $E_o = 7,2$ V

Tìm suất điện động trong khung ở thời điểm t = 0,01 kể từ khi khung bắt đầu quay từ vị trí trung hoà.

Giải:

Theo lời giải của bài toán 3.3.1 ta có:

$$e = NBS\omega\sin\omega t$$

với: $E_0 = NBS\omega$

$$\Rightarrow \omega = \frac{E_0}{NBS} = \frac{7,2}{200 . 1,5 . 10^{-2} . 0,03} = 80 rad/s$$

và suất điện động tức thời:

$$e = E_0 \sin\omega t = 7,2\sin 80t \ (V)$$

ở thời điểm $t = 0,01s$

$$e = 7,2\sin 80 . 0,01 = 7,2\sin 0,8rad = 5,165V$$

Bài toán 3.3.3.

Roto của một máy phát điện gồm 12 cặp cực quay với vận tốc 240 vòng/phút. Suất điện động cực đại bằng 10V. Tìm quy luật biến thiên của suất điện động cảm ứng trong máy.

Giải:

Tần số của dòng xoay chiều do máy sinh ra được tính theo công thức:

$$f = \frac{n}{60} p = \frac{240}{60} . 12 = 48 \ Hz$$

Suất điện động trong máy phụ thuộc thời gian theo hàm số $e = E_0 \sin\omega t = E_0 \sin 2\lambda f t$

do đó $e = 10\sin 96\pi t$ (V)

Bài toán 3.3.4.

Hai máy phát điện xoay chiều có hiệu điện thế hai cực là $u_1 = U_{01}\sin\omega t$ và $u_2 = U_{02}\sin(\omega t + \varphi_2)$ với $U_{01} = 60V$ và $U_{02} = 100V$, $f = 50Hg$, $\rho = \frac{\pi}{6}$.

Tìm biên độ và pha của hiệu điện thế hai đầu mạch mắc vao hai cực bộ máy phát mắc nối tiếp.

Giải:

Hiệu điện thế hai cực bộ máy phát mắc nối tiếp.

$$u = u_1 + u_2$$

$$\Leftrightarrow u = U_{01}\sin\omega t + U_{02}\sin(\omega t + \varphi_2)$$

$$u = U_{01}\sin\omega t + U_{02}\sin\omega t\cos\varphi_2 + U_{02}\cos\omega t\sin\varphi_2$$

$$u = (U_{01} + U_{02}\cos\varphi_2)\sin\omega t + U_{02}\sin\varphi_2\cos\omega t.$$

Đặt $U_{01} + U_{02}\cos\varphi_2 = U_o\cos\varphi$ (1)

và $U_{02}\sin\varphi_2 = U_o\sin\varphi$ (2)

Ta được: $u = U_o\cos\varphi\sin\omega t + U_o\sin\varphi\cos\omega t.$

$$u = U_o\sin(\omega t + \varphi)$$

Vậy hiệu điện thế u hai cực bộ phụ thuộc thời gian theo hàm sin với biên độ U_o và pha là φ.

Bình phương hai phương trình (1) và (2) rồi cộng lại ta được:

$$U_o^2 = U_{01}^2 + U_{02}^2 + 2U_{01}U_{02}\cos\varphi_2$$

và $U_o = \sqrt{3600 + 10000 + 2.60.100.\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = 154{,}9\ \text{V}$

Chia (2) cho (1) ta được:

$$\text{tg}\varphi = \frac{U_{02}\sin\varphi_2}{U_{01} + U_{02}\cos\varphi_2} = \frac{100.0{,}5}{60 + 100\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = 0{,}341$$

$$\varphi = 18{,}83^\circ$$

Chương 4

DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

I. NHỮNG KIẾN THỨC CẦN NHỚ KHI GIẢI CÁC BÀI TOÁN VỀ DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

4.1. Chu kì và tần số của dao động điện từ

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{L_b C_b} \qquad (4.1)$$

4.2. Bước sóng điện từ:

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} = c\,2\pi\sqrt{L_b C_b} \qquad (4.2)$$

4.3. Năng lượng:

- Năng lượng của điện trường:

$$W_{dt} = \frac{Cu^2}{2} = \frac{Q_o^2 \sin^2 \omega t}{2C} \qquad (4.3)$$

Khi $\sin^2\omega t = 1$

$$W_{dtmax} = \frac{Q_o^2}{2C} \qquad (4.4)$$

- Năng lượng của từ trường:

$$W_{tt} = \frac{Li^2}{2} = \frac{Q_o^2 \sin^2 \omega t}{2C} \qquad (4.5)$$

Khi $\sin^2\omega t = 1$

$$W_{ttmax} = \frac{Q_o^2}{2C} \tag{4.6}$$

- Năng lượng của điện từ trường

$$W = W_{dt} + W_{tt} = \frac{Q_o^2}{2C} \tag{4.7}$$

$$W_{dtmax} = W_{ttmax} = W = \frac{Q_o^2}{2C} \tag{4.8}$$

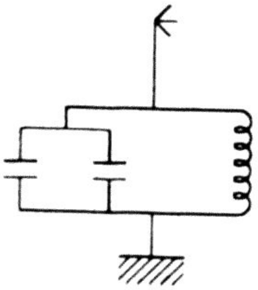
$$W = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu^2 - \frac{1}{2}LI_{max}^2 = \frac{1}{2}CU_{max}^2 \tag{4.9}$$

4.4 Khi trong mạch dao động có hiện tượng cộng hưởng tần số dao động riêng bằng tần số dao đồng cưỡng bức.

II. MỘT SỐ BÀI TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Bài toán 4.1.

Xác định tần số dao động riêng, tần số góc và bước sóng điện từ của mạch dao động của máy phát hình 4.1 gồm một cuộn cảm có L = 1mH, hai tụ điện $C_1 = 980pF$ và $C_2 = 20pF$ mắc song song.



Hình 4.1

Giải:

Điện dung của bộ:

$$C_b = C_1 + C_2 = (980 + 20).10^{-12}F$$

$$C_b = 10^{-9}F$$

Tần số dao động:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{6{,}28\sqrt{10^{-3}.10^{-9}}} = 159{,}235\text{kHz}$$

$$\omega = 2\lambda f = 6{,}28\ .159235 = 1000000 = 10^6\text{rad/s}$$

Bước sóng:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\ .10^8}{159235} = 1884\ \text{m}$$

Bài toán 4.2.

Một mạch dao động của máy thu, gồm một cuộn cảm và một tụ xoay, dao động với tần số riêng $f_1 = 9\text{MHz}$. Hỏi phải điều chỉnh điện dung của tụ xoay biến đổi như thế nào để mạch bắt được sóng điện từ có bước sóng $\lambda_2 = 50\text{m}$

Giải:

Tần số dao động của mạch ứng với C_1 và C_2

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}}, f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}}$$

Chia hai phương trình:

$$\frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

nhưng $f_2 = \dfrac{c}{\lambda_2}$ nên

$$\frac{C_2}{C_1} = \left(\frac{f_1\lambda_2}{C}\right)^2 = \left(\frac{9.10^6\ .50}{3.10^8}\right)^2 = 2{,}25$$

tức là phải tăng điện dung của tụ xoay chiều lên 2,25 lần.

Bài toán 4.3.

Mạch dao động của một máy thu gồm một cuộn cảm và hai tụ điện có điện dung C_1 và C_2. Khi mắc hai tụ song song mạch cộng hưởng ở tần số 2,4 MHz. Khi mắc hai tụ nối tiếp mạch cộng hưởng ở tần số 5MHz.

1. Nếu mắc riêng rẽ từng tụ thì mạch cộng hưởng ở tần số nào?

2. Giả sử $C_1 > C_2$, nếu dùng cuộn cảm L, tụ điện C_1 và một tụ C_V thì khi điều chỉnh C_V mạch có thể bắt được sóng trong dải từ 10 m đến 25 m. Tìm giá trị cực đại và cực tiểu của tụ điện C_V.

Giải:

Áp dụng 2 công thức

$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC_b} \quad \text{và} \quad \frac{1}{f^2} = 4\pi^2 LC_b$$

để lập hệ phương trình:

$$\frac{1}{f_{//}^2} = 4\pi^2 L(C_1 + C_2) = 4\pi^2 LC_1 + 4\pi^2 LC_2$$

$$\frac{1}{f_{//}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$$

hay
$$f_{//}^2 = \frac{f_1^2 f_2^2}{f_1^2 + f_2^2} = 5,76 \qquad (1)$$

$$f_{nt}^2 = \frac{C_1 + C_2}{4\pi^2 LC_1C_2} = \frac{1}{4\pi^2 LC_1} + \frac{1}{4\pi^2 LC_2}$$

$$f_{nt}^2 = f_1^2 + f_2^2 = 25 \qquad (2)$$

thay (2) vào (1) rút ra:

$$f_1^2 . f_2^2 = 144 \qquad (3)$$

Áp dụng định lý Viét:

$$X^2 - SX + P = 0$$

với $X = f_1^2 = f_2^2$

$$X^2 - 25X + 144 = 0$$

$$\Delta = 625 - 576 = 49$$

$$\Rightarrow X = \frac{25 \pm 7}{2} \rightarrow X_1 = 16;\ X_2 = 9$$

Vậy nếu $f_1 = 4MHz$ thì $f_2 = 3MHz$

$f_2 = 4MHz$ thì $f_1 = 3MHz$

2. Muốn bắt được các sóng nằm trong dải từ 10 m đến 25 m thì tần số dao động riêng của mạch dao động phải nằm trong khoảng:

từ $$f_{max} = \frac{c}{\lambda_{min}} = \frac{3.10^8}{10} = 30MHz$$

đến $$f_{min} = \frac{c}{\lambda_{max}} = \frac{3.10^8}{25} = 12MHz$$

Cả hai tần số này đều lớn hơn tần số khi dùng tụ C_1. Vì thế khi mắc tụ C_1 với tụ C_V phải được một bộ tụ có C_b nhỏ hơn C_1. Điều này chỉ đạt được khi mắc tụ C_1 nối tiếp với tụ C_V:

$$C_b = \frac{C_1 C_V}{C_1 + C_V}$$

vì tần số tỉ lệ nghịch với căn bậc hai của điện dung nên:

$$C_{Vmax} \rightarrow C_{bmax} \rightarrow f_{min}$$

$$C_{Vmin} \rightarrow C_{bmin} \rightarrow f_{max}$$

$$\frac{f_1^2}{f_{max}^2} = \frac{C_{b\,min}}{C_1} = \frac{9}{900} \rightarrow C_{b\,min} = \frac{C_1}{100}$$

và $C_{vmin} = \frac{C_1}{99}$

$$\frac{f_1^2}{f_{min}^2} = \frac{C_{b\,max}}{C_1} = \frac{9}{144} \rightarrow C_{b\,max} = \frac{C_1}{16}$$

và $C_{Vmax} = \frac{C_1}{15}$

Bài toán 4.4.

Trong một mạch dao động, tụ điện có điện dung C_1 tần số dao động riêng là f_1 = 30KHz, nếu tụ điện có điện dung C_2 thì tần số dao động riêng là f_2 = 10 kHz. Tìm tần số dao động riêng khi dùng cả hai tụ điện:

1. mắc song song
2. mắc nối tiếp

Giải:

Dùng công thức $f^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC_b} = \frac{a}{C_b}$ (với $a = \frac{1}{4\pi^2 L}$)để lập hệ phương trình:

Dùng C_1: $f_1^2 = \frac{a}{C_1} = 30^2$ (1)

Dùng C_2: $f_2^2 = \frac{a}{C_2} = 40^2$ (2)

Dùng C_1 // C_2: $f_{//}^2 = \frac{a}{C_b}$ (3)

Dùng C_1 nt C_2 $f_{nt}^2 = \frac{a(C_1 + C_2)}{C_1 . C_2}$ (4)

Từ (1) và (2) rút ra:

$$C_1 = \frac{a}{(30)^2},\ C_2 = \frac{a}{(40)^2}$$

Thay C_1, C_2 vào (3) ta được:

$$f_{//} = \sqrt{\frac{a}{\frac{a}{900} + \frac{a}{1600}}} = 24\text{kHz}$$

Thay C_1, C_2 vào (4):

$$f_{nt} = \sqrt{a \cdot \frac{\frac{a}{900} + \frac{a}{1600}}{\frac{a}{900} \times \frac{a}{1600}}} = 50\text{kHz}$$

Bài toán 4.5.

Một tụ điện xoay gồm 21 lá kim loại hình nửa mặt trôn trong đó có 11 lá cố định và 10 lá quay được xung quanh một trục ở giữa. Tụ xoay có điện dung $C_{V_{max}} = 490$ pF khi các lá nằm đối điện hoàn toàn và sau quay các lá đi 180° điện dung giảm đến cực tiểu $C_{V_{min}} = 10$pF. Các lá đều đặt trong không khí và cách đều nhau những khoảng d = 0,5mm.

1. Tính bán kính của mỗi lá.

2. Tìm điện dung của tụ xoay khi quay các lá đi một góc $\alpha = 30^o$.

3. Mắc tụ xoay với một cuộn cảm có hệ số L = 5mH để tạo một mạch dao động của máy thu. Hỏi mạch có thể thu được sóng điện từ có bước sóng trong khoảng nào?

Giải:

1. Tụ xoay có n lá thì có n-1 tụ phẳng mắc song song. Khi các lá nằm đối diện hoàn toàn thì mỗi tụ phẳng có điện dung C_{max}:

$$C_{max} = \frac{S_{max}}{k4\pi d}$$

S_{max} là diện tích của nửa mặt tròn.

$$C_{Vmax} = (n-1)\ C_{max} = (n-1)\ \frac{S_{max}}{k4\pi d}$$

Suy ra: $S_{max} = \frac{C_{V\,max}.k\,4\pi\,d}{n-1} = \frac{\pi R^2}{2}$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{8C_{V\,max}.k.d}{n-1}}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{490.10^{-12}\ .\ 9.10^{9}\ .\ 8\ .\ 5.10^{4}}{20}} = 29{,}710^{-3}\ m$$

2. Khi quay các lá đi 180° từ C_{Vmax}, điện dung của tụ xoay giảm từ C_{Vmax} đến C_{Vmin}, tức là đã giảm đi một lượng bằng C_{vmax} - C_{vmin}.

Khi quay các lá đi α°, điện dung của tụ giảm đi lượng bằng: $\frac{C_{V\,max}-C_{V\,min}}{180^{\circ}}\alpha^{\circ}$

Điện dung của tụ sau khi quay các lá đi α°:

$$C_{V\alpha} = C_{Vmax} - \frac{C_{V\,max}-C_{V\,min}}{180^{\circ}}\alpha^{\circ}$$

$$\Rightarrow C_{V\alpha} = 490 - \frac{490-10}{180}30 = 410\ pF$$

3. Tìm bước sóng

$$\lambda_{min} = C2\pi\sqrt{LC_{V\,min}} = 3.10^{8}.6{,}28\ \sqrt{5.10^{-3}.10.10^{-12}}$$

$$= 421m$$

$$\lambda_{max} = C2\pi\sqrt{LC_{Vmax}} = 3.10^{8}.6{,}28\sqrt{5.10^{-3}.490.10^{-12}}$$

$$= 2949m$$

Bài toán 4.6.

Mạch dao động của một máy thu gồm một cuộn dây có hệ số tự cảm L, một tụ có điện dung C_o và một tụ xoay có điện dung biến thiên từ $C_{V_{min}} = 10pF$ đến $C_{V_{max}} = 490pF$. Mạch có thể bắt được sóng từ 10m đến 50 m.

1. Tụ C_o và tụ C_V được mắc như thế nào? Tìm điện dung C_o và L.

2. Tụ xoay được tạo bởi 5 tấm chuyển động giữa 6 tấm cố định. Các tấm có hình nửa mặt tròn và có khoảng cách giữa các tấm là d = 0,5 mm, điện môi là không khí. Tính bán kính R của mỗi lá.

3. Để mạch bắt được sóng 20 m, phải xoay các tấm đi một góc bao nhiêu kể từ vị trí ứng với điện dung cực tiểu.

Giải:

1. Áp dụng công thức $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC_b}$ để lập các phương trình

$$\lambda_{min} = 2\pi c\sqrt{LC_{b\,min}} \quad (1)$$

$$\lambda_{max} = 2\pi c\sqrt{LC_{b\,max}} \quad (2)$$

Chia (1) cho (2):

$$\frac{\lambda_{min}}{\lambda_{max}} = \sqrt{\frac{C_{b\,min}}{C_{b\,max}}} \quad (3)$$

a. C_o mắc song song với C_b

$$C_b = C_o + C_V$$

$$C_{bmin} = C_o + C_{Vmin} = C_o + 10$$

$$C_{bmax} = C_o + C_{Vmax} = C_o + 490$$

thay vào (3)

$$\frac{\lambda_{min}}{\lambda_{max}} = \sqrt{\frac{C_{bmin}}{C_{bmax}}} = \sqrt{\frac{C_o + 10}{C_o + 490}} = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow 25(C_O + 10) = C_o + 490$$

$$\Rightarrow C_o = 10pF$$

$$C_{bmin} = 20pF$$

$$L = \frac{\lambda_{min}^2}{4\pi^2 c^2 C_{bmin}} = \frac{10^2}{4.10.9.10^{16}.20.10^{-12}} = 0,139.10^{-5}\ H$$

b. C_o mắc nối tiếp C_V

$$C_b = \frac{C_o\ .\ C_V}{C_o\ +\ C_V}$$

$$C_{bmin} = \frac{C_o\ .\ C_{V\,min}}{C_o\ +\ C_{V\,min}} = \frac{10C_o}{C_o + 10}$$

$$C_{bmax} = \frac{C_o\,.C_{V\,max}}{C_o\ +C_{V\,max}} = \frac{490C_o}{C_o + 490}$$

thay vào (3)

$$\frac{\lambda_{min}}{\lambda_{max}} = \frac{10C_o(C_o + 490)}{(C_o + 10)\,490C_o} = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow 250(C_o + 490) = 490C_o + 4900$$

$$\Rightarrow C_o = 490pF$$

$$C_{bmin} = \frac{10\,.\,490}{10 + 490} = 9,8\ pF$$

$$L = \frac{10^{\,2}}{4.10.9.10^{16}\,.9,8.10^{-12}} = 0,283.10^{-5}H$$

Áp dụng công thức của bài toán 4.5

$$R= \sqrt{\frac{C_{V\,max}k8d}{n-1}} = \sqrt{\frac{49010^{12}.9.10^{9}.8.5.10^{4}}{10}} = 42.10^{-3}m$$

3. Khi quay các tấm đi 180° từ giá trị C_{Vmin} điện dung của tụ xoay tăng từ 10pF đến 490pF, tức là đã tăng một lượng $C_{Vmax} - C_{Vmin}$.

Khi quay các tấm đi một góc α, điện dung của tụ tăng một lượng $\dfrac{C_{V\,max} - C_{V\,min}}{180^o}\alpha^o$

Điện dung của tụ sau khi đã quay các tấm đi một góc α:

$$C_{V\alpha} = C_{Vmin} + \frac{C_{V\,max} - C_{V\,min}}{180^o}\alpha^o = \frac{(C_{V\alpha} - 10)180}{480}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{(C_{V\alpha} - C_{V\,min})}{C_{V\,max} - C_{V\,min}}.180^o$$

Tìm $C_{V\alpha}$:

$$\lambda_{min} = 2\pi c\sqrt{LC_{bmin}} \qquad (4)$$

$$\lambda_{\alpha} = C2\pi\sqrt{LC_{b\alpha}} \qquad (5)$$

Chia (4) cho (5):

$$\frac{\lambda_{min}}{\lambda_{\alpha}} = \sqrt{\frac{C_{b\,min}}{C_{b\alpha}}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$C_{b\alpha} = 4C_{bmin}$$

a. $C_o//C_V$: với $C_o = 10pF$

$$C_{bmin} = C_o + C_{Vmin} = 20pF$$

$$\Rightarrow C_{b\alpha} = 4C_{bmin} = 80pF$$

$$\Rightarrow C_{V\alpha} = C_{b\alpha} - C_o = 70pF$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{(70 - 10)180}{480} = 22{,}5^o$$

b. C_o nối tiếp C_v: với $C_o = 490pF$

$$C_{bmin} = \frac{C_oC_{V\,min}}{C_o + C_{V\,min}} = 9{,}8pF$$

$$\Rightarrow C_{b\alpha} = 4C_{bmin} = 39{,}2\text{pF}$$

$$\Rightarrow C_{V\alpha} = \frac{C_o C_{b\alpha}}{C_o - C_{b\alpha}} = \frac{490\,.\,39{,}2}{490 - 39{,}2} = 42{,}6\ \text{pF}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{(42{,}6 - 10)\,180}{480} = 12{,}23^o$$

Bài toán 4.7.

Trong một mạch dao động gồm một cuộn dây có hệ số tự cảm L = 0,24 và một tụ điện có điện dung C = 10^{-5}F. Khi tụ điện có hiệu điệnthế U = 1V, dòng điện trong mạch có cường độ I = 0,01A.

1. Tìm cường độ cực đại trong mạch

2. Tìm điện tích của tụ điện khi dòng điện trong mạch có cường độ 0,005A.

Giải:

1. Theo định luật bảo toàn năng lượng của điện từ trường:

$$\frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{LI^2_{max}}{2}$$

$$\Rightarrow I_{max} = \sqrt{\frac{C}{L}U^2 + I^2} = \sqrt{\frac{10^{-5}}{0{,}2}1 + 10^{-4}} = 0{,}0122\ \text{A}$$

2. $I_1 = 0{,}01$A, $I_2 = 0{,}005$A

$$\frac{CU_1^2}{2} + \frac{LI_1^2}{2} = \frac{CU_2^2}{2} + \frac{LI_2^2}{2}$$

$$\Rightarrow U_2 = \sqrt{U_1^2 + \frac{L}{C}(I_1^2 - I_2)^2}$$

$$\Rightarrow U_2 = \sqrt{1^2 + \frac{0{,}2}{10^{-5}}(0{,}01^2 - 0{,}005^2)} = 1{,}58\ \text{V}$$

Điện tích của tụ:

$$q = CU_2 = 1{,}58.10^{-5}\text{C}.$$

PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN CHƯƠNG 4

Cách giải các bài toán này đơn giản nếu nắm vững các kiến thức đã tóm tắt ở phần I.

Ngoài ra, cần sử dụng các công thức và vài kiến thức về tụ xoay:

$$L_{bnt} = \sum_{1}^{n} L_i \qquad L_{bs} = \sum_{1}^{n} \frac{1}{L_i}$$

$$C_{bnt} = \sum_{1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad C_{bs} = \sum_{1}^{n} C_i$$

Tụ xoay thường dùng trong các bài toán gồm các tấm hình nửa mặt tròn, trong đó một số tấm cố định và một số tấm quay được xung quanh một trục ở giữa.

Công thức tính điện dung của tụ xoay:

$$C_V = (n - 1)\frac{S}{k4\pi d}$$

S là diện tích của tấm. Khi quay các tấm làm cho điện dung C_V thay đổi. Khi quay các tấm đi một góc α, điện dung $C_{V\alpha}$ của tụ được tính theo các công thức sau:

Từ giá trị cực đại:

$$C_{V\alpha} = C_{V\max} - \frac{C_{V\max} - C_{V\min}}{180^{\circ}}\alpha^{\circ}$$

Từ giá trị cực tiểu:

$$C_{V\alpha} = C_{V\min} - \frac{C_{V\max} - C_{V\min}}{180^{\circ}}\alpha^{\circ}$$

Trong quá trình mạch dao động hoạt động, điện tích của tụ và cường độ dòng điện qua cuộn cảm thay đổi nhưng theo định luật bảo toàn năng lượng

$$W = \frac{1}{2}LI_i^2 + \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}CU_{\max}^2 = \frac{1}{2}LI_{\max}^2$$

Bài toán 4.8.

Một tụ xoay có điện dung biến thiên liên tục và tỉ lệ thuận với góc quay từ $C_{V_{min}} = 10pF$ đến $C_{V_{max}} = 490pF$ khi góc quay của các tấm tăng dần từ 0° đến 180°. Tụ điện được mắc với cuộn dây có điện trở thuần $R = 10^{-3}\Omega$, hệ số tự cảm $L = 2\mu H$ để làm mạch dao động của máy thu.

1. Xác định dải sóng thu được với mạch trên.

2. Để bắt được sóng 19,2 m phải đặt tụ xoay ở vị trí nào?

3. Ở đài phát cũng có một mạch dao động như trên để phát sóng 19,2 m. Để duy trì dao động người ta mắc xen vào trong mạch một suất điện động $e = 1\mu V$. Hãy tính cường độ hiệu dụng trong mạch khi có hiện tượng cộng hưởng.

4. Kể từ vị trí đạt cộng hưởng đầy phải xoay các tấm một góc bao nhiêu để dòng điện trong mạch chỉ còn bằng 1/1000 cường độ dòng điện lúc cộng hưởng. Khi đó máy thu được điều chỉnh ở bước sóng nào?

Giải:

1. Dải sóng mà máy thu bắt được:

$$\lambda_{min} = 2\pi c\sqrt{LC_{min}} = 6{,}28.3.10^8\sqrt{2.10^{-6}.10.10^{-12}} = 8{,}43\,m$$

$$\lambda_{min} = 2\pi c\sqrt{LC_{max}} = 6{,}28.3.10^8\sqrt{2.10^{-6}.490.10^{-12}} = 59\,m$$

2. Giả sử quay các tấm từ giá trị cực đại

$$\lambda_\alpha = 2\pi c\sqrt{LC_{V\alpha}}$$

$$\Rightarrow C_{V\alpha} = \frac{\lambda_\alpha^2}{4\pi^2c^2L} = \frac{19{,}2^2}{4.10.9.10^{16}.2.10^{-6}} = 51{,}2\,pF$$

$$\alpha = \frac{C_{V\,max} - C_{V\alpha}}{C_{V\,max} - C_{V\,min}}180^\circ = \frac{490 - 51{,}2}{480}180^\circ = 164{,}55^\circ$$

3. Xét mạch dao động của đài phát:

Coi như mạch gồm một cuộn cảm, một tụ xoay và một điện trở thuần mắc nối tiếp vào hai cực nguồn điện xoay chiều có suất điện động e khi có cường độ dòng điện:

$$I = \frac{e}{\sqrt{R^2 (Z_L - Z_C)^2}}$$

Khi có hiện tượng cộng hưởng:

$$Z_L = Z_C$$

Ta có: $\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{C}{\lambda} = \frac{\omega}{2\pi}$

$$\Rightarrow \omega = \frac{C.2\pi}{\lambda} = \frac{6.10.\pi}{19,2} = 98.10^6 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2.L} = 52\rho F$$

và $I_{max} = \frac{e}{R} = \frac{10^{-6}}{10^{-3}} = 10^{-3}\ A$

4. Vì cường độ dòng điện giảm đi 1000 lần so với khi có hiện tượng cộng hưởng nên tổng trở của mạch tăng lên 1000 lần, tức là: $Z = 10^3R = 1\Omega$

nhưng $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C'\omega})^2} = 1$

Suy ra $L\omega - \frac{1}{C'\omega} = \pm\sqrt{1 - R^2} \approx \pm 1$ (vì $R^2 = 10^{-6}$ rất nhỏ)

Thay $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ ta được:

$$\frac{1}{C\omega} - \frac{1}{C'\omega} = \pm 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{C} - \frac{1}{C'} = \pm\omega$$

$$C'_1 = \frac{C}{1 - C\omega} = 52{,}266\,\rho F$$

$$\Rightarrow \alpha'_1 = \frac{490 - 52{,}266}{480} 180^\circ = 164{,}15^\circ$$

Vậy đã phải quay các tấm đi một góc:

$$\Delta\alpha_1 = 0{,}4^\circ$$

$$C_2 = \frac{C}{1 + C\omega} \; 51{,}736\,\rho F$$

$$\Rightarrow \alpha'_2 = \frac{490 - 51{,}736}{480}.180$$

$$= 164{,}35^\circ$$

⇒ phải quay các tâm đi một góc $\Delta\alpha_2 = 0{,}2^\circ$

Bài toán 4.9.

Một mạch dao động gồm cuộn cảm có L = 0,2H và một tụ điện có điện dung $C = 10^{-5}$. Tụ điện được tích điện đến hiệu điện thế 2V và bắt đầu phóng điện. Tìm cường độ dòng điện trong mạch khi năng lượng của mạch được phân bố giữa năng lượng của điện trường và năng lượng của từ trường.

Giải:

Khi tụ điện tích điện đến hiệu điện thế cực đại thì phóng điện nên $U_{max} = 2V$.

Theo định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}CU^2_{max}$$

Vì năng lượng được phân bố đều nên:

$$\frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}Cu^2$$

$$\Leftrightarrow Li^2 = \frac{1}{2}Cu^2_{max}$$

$$\Leftrightarrow i = \sqrt{\frac{CU^2_{max}}{2L}} = \sqrt{\frac{10^{-5}.4}{2.0,2}} = 0,01\,A$$

Bài toán 4.10.

Trong mạch dao động xảy ra dao động tự do. Điện tích cực đại của tụ điện bằng 10^{-4}C và cường độ cực đại bằng trong mạch bằng 10A. Tìm bước sóng của mạch.

Giải:

Như đã biết :

$$W_{dtmax} = W_{ttmax}$$

$$\frac{1}{2}CU^2_{max} = \frac{1}{2}LI^2_{max}$$

nhưng $U_{max} = \dfrac{Q_{max}}{C}$

$$\frac{Q^2_{max}}{C} = LI^2_{max}$$

$$\Rightarrow LC = \frac{Q^2_{max}}{I^2_{max}} = \frac{10^{-8}}{10^2} = 10^{-10}$$

Bước sóng: $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} = 18850\,m$

Chương 5

MỘT SỐ BÀI TOÁN TỔNG HỢP

Bài toán 5.1

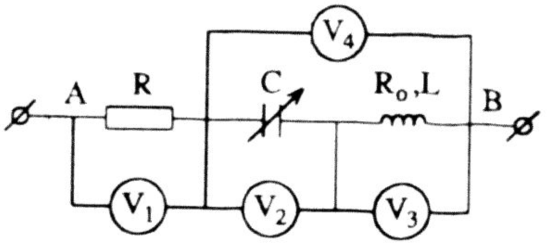
Cho mạch điện hình 5.1 các vôn kế chỉ như sau:

v_1 chỉ 40V

v_2 chỉ 40V

v_3 chỉ 70V

$u_{AB} = 90\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)



Hình 5.1

1. Chứng tỏ cuộn cảm có điện trở thuần

2. Tìm các giá trị C, L, R_o biết $R = 40\Omega$

3. Viết các biểu thức i, u_1, u_2, u_3, u_4

4. Tìm công suất tiêu thụ toàn mạch và hệ số cosφ

5. Lần lượt thay điện dung C của tụ điện. Tìm điện dung này để:

a. Công suất tiêu thụ toàn mạch cực đại. Tìm C, công suất cực đại và hệ số công suất cosφ.

b. Vôn kế V_3 chỉ một hiệu điện thế cực đại. Tìm C, số chỉ của các vôn kế V_2, V_3, V_4.

d. Vôn kế V_4 chỉ một hiệu điện thế cực tiểu. Tìm C, số chỉ của vôn kế V_4.

6. Ngâm điện trở R vào trong cốc đựng 100g nước. Hỏi sau một phút nước nóng thêm mấy độ. Hiệu suất của dụng cụ là 90%. Nhiệt dung riêng của nước là C = 4180J/kg độ.

Giải:

1. Chứng tỏ cuộn cảm có điện trở thuần R_o:

Giả sử cuộn cảm không có điện trở thuần thì hiệu điện thế toàn mạch:

$$U_{AB} = \sqrt{U_1^2 + (U_3 - U_2)^2} = \sqrt{1600 + 900} = 50V$$

khác với dữ kiện của đề bài cho: $U_{AB} = 90V$

Vậy cuộn cảm có điện trở thuần R_o

2. Tìm C, L, R_o

Cường độ dòng điện qua R cũng là cường độ dòng điện trong toàn mạch:

$$I = \frac{U_1}{R} = \frac{40}{40} = 1A$$

Từ đó:

Dung kháng của tụ điện:

$$Z_C = \frac{U_2}{I} = \frac{40}{1} = 40\,\Omega$$

Tổng trở toàn mạch:

$$Z = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{90}{1} = 90\Omega$$

Tổng trở của cuộn cảm:

$$Z_3 = \frac{U_3}{I} = \frac{70}{1} = 70\Omega$$

Ta có 2 phương trình:

$$Z^2 = (R + R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 8100 \quad (1)$$

$$Z_3{}^2 = R_o{}^2 + Z_L{}^2 = 4900 \quad (2)$$

Từ (1): $R^2 + R_o{}^2 + 2RR_o + Z_L{}^2 + Z_C{}^2 - 2Z_LZ_C = 8100$

So sánh với (2):

$$\Rightarrow R^2 + 2RR_o + Z_C^2 - 2Z_LZ_C = 3200$$

Thay số:

$$1600 + 80R_o + 1600 - 80Z_L = 3200$$

$$\Leftrightarrow R_o - Z_L = 0$$

$$\Leftrightarrow Z_L = R_o$$

Thay vào (1)

$$(40 + R_o)^2 + (R_o - 40)^2 = 8100$$

$$\Leftrightarrow 2R_o^2 = 4900$$

$$\Leftrightarrow R_o = 35\sqrt{2}\ \Omega$$

$$\Leftrightarrow Z_L = 35\sqrt{2}\ \Omega$$

Điện dung của tụ điện:

$$C = \frac{1}{Z_C.\omega} = \frac{1}{40.100\pi} = 79{,}57\ \mu F$$

Hệ số tự cảm của cuộn cảm:

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{35\sqrt{2}}{100\pi} = 0{,}158\ H$$

3. Các biểu thức:

Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện trong mạch và hiệu điện thế u_{AB}

$$\cos\varphi = \frac{R_o + R}{Z} = \frac{35\sqrt{2} + 40}{90} = 0{,}994$$

$$\Rightarrow \varphi = 6{,}28^o = 0{,}035\pi\ rad$$

$Z_L > Z_C$: mạch có tính chất cảm kháng $\Rightarrow$ i chậm pha hơn u_{AB} một góc $0{,}035\pi$ rad

Do đó: $i = \sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}035\pi)$ (A)

u_1 cùng pha với i:

$$u_1 = 40\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}035\pi)\ (V)$$

u_2 chậm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$:

$$u_2 = 40\sqrt{2}\ \sin(100\pi t\ \ 0{,}035\pi - 0{,}5\pi)$$

$$\Leftrightarrow u_2 = 40\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0{,}535\pi)\ (V)$$

u_3 nhanh pha hơn i một góc φ_3 với:

$$\cos\varphi_3 = \frac{R_0}{Z_3} = \frac{35\sqrt{2}}{70} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi_3 = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow u_3 = 70\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0{,}035\pi + 0{,}25\pi)$$

$$\Leftrightarrow u_3 = 70\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + 0{,}215\pi)\ (V)$$

Tổng trở Z_1:

$$Z_1 = \sqrt{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{2450 + 90{,}2} = 50{,}4\ \Omega$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_0}{Z_1} = \frac{35\sqrt{2}}{50{,}4} = 0{,}982$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = 10{,}86^0 = 0{,}06\pi \text{ rad}$$

Z_1 cảm kháng: u_1 nhanh pha hơn i một góc $0{,}06\pi$ rad

$$U_1 = IZ_1 = 50{,}4V$$

$$\Rightarrow u_1 = 50{,}4\sqrt{2}\ \sin(100\pi t - 0{,}035\pi + 0{,}06\pi)$$

$$\Leftrightarrow u_1 = 50{,}4\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + 0{,}025\pi)\ (V)$$

4. Công suất tiêu thụ toàn mạch

$$P = (R + R_0)I^2 = (40 + 35\sqrt{2}) \approx 89{,}5\ W$$

Hệ số công suất:

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{89{,}5}{90} = 0{,}994$$

5. a. $P = P_{max}$

$$P = (R + R_0)I^2$$

$(R + R_0)$ không đổi, muốn P cực đại thì I phải cực đại

$$I = \frac{U_{AB}}{\sqrt{(R+R_o)^2+(Z_L-Z_C)^2}}$$

$$\Rightarrow I = I_{max} \text{ khi } Z_L = Z_C = 35\sqrt{2}\ \Omega$$

và $$C = \frac{1}{Z_C\omega}\ \frac{1}{35\sqrt{2}\,100\pi} = 64{,}3\mu F$$

và $$P_{max} = (R+R_o)I_{max}^2 = (R+R_o)\frac{U_{AB}^2}{(R+R_o)^2}$$

$$\Rightarrow P_{max} = \frac{8100}{89{,}5} = 90{,}5\ W$$

b. $U_3 = U_{3\,max}$

$$U_3 = Z_3 I$$

Z_3 không đổi, muốn U_3 cực đại thì I phải cực đại

$$Z_C = Z_L = 35\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow C = 64{,}3\mu F$$

$$I_{max} = \frac{U_{AB}}{R+R_o}$$

$$\Rightarrow U_{3\,max} = \frac{Z_3\,U_{AB}}{R+R_o} = \frac{70.90}{89{,}5} = 70{,}39\ V$$

c. $U_2 = U_{2\,max}$

$$U_2 = \frac{U_{AB}Z_C}{\sqrt{(R_o+R)^2+(Z_L-Z_C)^2}}$$

$$\Leftrightarrow U_2 = \frac{U_{AB}}{\sqrt{\dfrac{(R_o+R)^2+(Z_L-Z_C)^2}{Z_C^2}}}$$

Đặt $y = \dfrac{(R_o+R)^2+(Z_L-Z_C)^2}{Z_C^2}$

$$\Rightarrow U_2 = \frac{U_{AB}}{\sqrt{y}}$$

Tử số U_{AB} là một số không đổi, muốn U_2 cực đại thì y phải cực tiểu.

Lấy đạo hàm của y theo Z_C rồi cho triệt tiêu.

$$y' = \frac{-2(Z_L - Z_C).Z_C^2 - 2Z_C\left[(R + R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2\right]}{Z_C^{C'}}$$

$$y_{min} \Leftrightarrow y' = 0$$

$$\Rightarrow Z_C = \frac{(R_o + R)^2 + Z_L^2}{Z_L} = 211{,}32\ \Omega$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{Z_C.\omega} = \frac{1}{211{,}32.100\pi} = 15{,}1\,\mu F$$

$$U_{2max} = \frac{90.211{,}32}{\sqrt{89{,}5^2 + 164{,}15^2}} = 102{,}85\,V$$

d. $U_4 = U_{4min}$

$$U_4 = \frac{U_{AB}\sqrt{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(R_o + R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\Leftrightarrow U_4 = U_{AB}\sqrt{\frac{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}{(R_o + R)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\Leftrightarrow U_4 = \frac{U_{AB}}{\sqrt{1 + \frac{R^2 + 2RR_o}{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}$$

Tử số U_{AB} không đổi, muốn U_4 cực tiểu thì mẫu số phải cực đại, tức là $\frac{R^2 + 2RR_o}{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ phải cực đại.

Điều này chỉ đạt được khi $Z_L = Z_C = 35\sqrt{2}\ \Omega$

Từ đó: $U_{1min} = \dfrac{U_{AB}}{\sqrt{1 + \dfrac{R^2 + 2RR_o}{R_o^2}}} = \dfrac{U_{AB}R_o}{R + R_o}$

$$\Rightarrow U_{1min} = \frac{90.35\sqrt{2}}{40 + 35\sqrt{2}} = 49{,}77\ V$$

6. Khi dòng điện chạy qua điện trở R thì có nhiệt lượng toả ra:

$$Q_{toả} = RI^2t = 40.1.60 = 2400J$$

Do dụng cụ có hiệu suất 90% nên nhiệt lượng có ích:

$$Q_{C_1} = HQ_{toả} = 0{,}9.2400 = 2160J$$

Nước hấp thụ một nhiệt lượng:

$$Q_{ht} = mC(t_2 - t_1) = 0{,}1.4180\Delta t$$

Q_{ht} chính là phần nhiệt lượng có ích mà dòng điện cung cấp

$$\Rightarrow Q_{c1} = Q_{ht}$$

$$\Leftrightarrow 418\Delta t = 2160$$

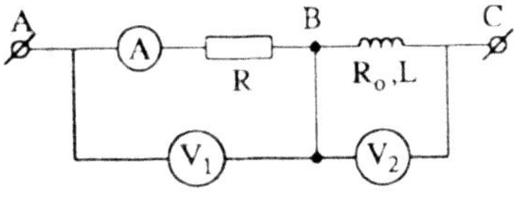
$$\Leftrightarrow \Delta t = \frac{2160}{418} = 5{,}17^oC$$

Bài toán 5.2.

Cho mạch điện hình 5.2

$U_{AB} = 220\sqrt{2}\sin 100\Omega t$ (V)

Ampe kế chỉ 3,5A, vôn kế V_1 chỉ 140 V, vôn kế V_2 chỉ 121V.

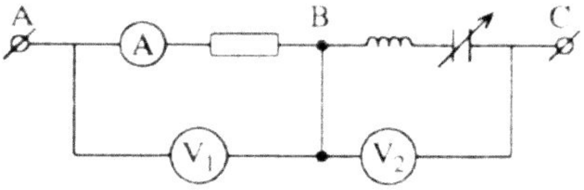


Hình 5.2

1. Viết biểu thức dòng điện qua mạch.
2. Viết biểu thức hiệu điện thế đầu các cuộn dây.
3. Tìm R, R_0 và L
4. Tìm công suất toàn mạch, nhiệt lượng toả ra ở R_0 sau 1 giờ.

5. Mắc thêm một tụ điện biến thiên xen vào mạch BC như hình 5.3 rồi điều chỉnh điện dung C_V để chỉ số của các dụng cụ đo không thay đổi. Tính điện dung C_V của tụ điện. Viết biểu thức dòng điện trong mạch và biểu thức hiệu điện thế u'_2 ở hai đầu đoạn mạch BC.

6. Ở mạch điện hình 5.2 mắc một vôn kế V_3 vào đầu A và trung điểm D của cuộn dây. Tìm chỉ số của Vonkế V_3 và viết biểu thức của hiệu điện thế này.



Hình 5.3

Giải:

1. Biểu thức dòng điện:

Tìm độ lệch pha giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế toàn mạch:

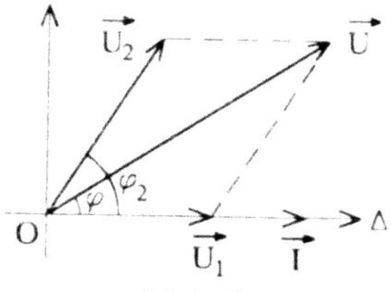
Vẽ giản đồ véctơ hiệu điện thế (hình 5.4)

$$u = u_1 + u_2$$

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$$

u_1 cùng pha với i

u_2 nhanh pha hơn i một góc φ_2.



Hình 5.4

Xét tam giác có hai cạnh là véctơ $\vec{U}$ và $\vec{U}_1$

$$\cos\varphi = \frac{U^2 + U_1^2 - U_2^2}{2UU_1} = \frac{48400 + 19600 - 14641}{61600} = 0,866$$

$$\Rightarrow \varphi \approx \frac{\pi}{6}$$

mạch có tính cảm kháng i chậm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{6}$ rad

$$i = 3,5\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\ (A)$$

2. Biểu thức hiệu điện thế u_2

Độ lệch pha φ_2:

$$\text{Cos}\varphi_2 = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2U_1U_2} = \frac{48400 - 19600 - 14641}{33880} = 0,418$$

$$\Rightarrow \varphi_2 = 65,3^o = 0,36\pi\text{rad}$$

u_2 nhanh pha hơn i một góc 0,36π rad

$$\Rightarrow u_2 = 121\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6} + 0,36\right)$$

$$\Leftrightarrow u_2 = 121\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0,193\pi)\ (V)$$

3. R_1, R_0 và L

$$R = \frac{U_1}{I} = \frac{140}{3,5} = 40\ \Omega$$

$$Z_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{121}{3,5}$$

$$Z = \frac{U_{AC}}{I} = \frac{220}{3,5}$$

ta có: $$Z_2^2 = R_o^2 + Z_L^2 = \left(\frac{121}{3,5}\right)^2 \quad (1)$$

$$Z^2 = (R_0 + R)^2 + Z_L^2 = \left(\frac{220}{3,5}\right)^2 \quad (2)$$

Từ (2) $$Z^2 = Z_o^2 + R^2 + 2RR_o + Z_L^2$$

So sánh với (1) $$R^2 + 2RR_0 = \left(\frac{220}{3,5}\right)^2 - \left(\frac{121}{3,5}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow 1600 + 80\ R_0 = 2755,83$$

$$\Leftrightarrow R_0 = 14,45\ \Omega$$

$$\Rightarrow Z_L = 31,4\ \Omega$$

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{31,4}{314} = 0,1\ H$$

4. Công suất toàn mạch:

$$P = (R + R_0)I^2 = 54,45.\ 12,25 = 667W$$

Nhiệt lượng toả ra ở R_0:

$$Q = R_0I^2t = 14,45.\ 12,25.\ 3600 = 637245J$$

5. Khi mắc thêm tụ C_V:

$$Z_{BC} = \frac{U_2}{I} = \frac{121}{3,5}$$

$$Z_{BC}^2 = R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2 = \left(\frac{121}{3,5}\right)^2$$

$$\Rightarrow Z_L - Z_C = \pm\ 31,4$$

Suy ra $\quad Z_C = 0$ và $Z_C = 62,8\ \Omega$

$$\Rightarrow C_V = \frac{1}{Z_C\omega} = \frac{1}{62,8.100\pi} = 50,7\,\mu F$$

$$Z = \sqrt{(R + R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$= \sqrt{54,45^2 + 31,4^2} = 62,85\ \Omega$$

Độ lệch pha φ' giữa i và u_{AB}

$$\cos\varphi' = \frac{R + R_o}{Z} = 0,866 \rightarrow \varphi' = \frac{\pi}{6}$$

$Z_C > Z_L$: mạch dung kháng, i nhanh pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{6}$

$$i = 3,5\ \sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\ (A)$$

Độ lệch pha φ_{AB} giữa u'_2 và i

$$\cos\varphi_{BC} = \frac{R_o}{Z_{BC}} = 0{,}418 \rightarrow \varphi_{BC} = 0{,}36\pi \text{ rad}$$

u'_2 chậm pha hơn i một góc 0,36 rad

$$\Rightarrow u'_2 = 121\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6} - 0{,}36\pi\right)$$

$$u'_2 = 121\sin(100\pi t - 0{,}193\pi) \text{ (V)}$$

6. Khi mắc vôn kế V_3

Tổng trở $$Z_3 = \sqrt{\left(R + \frac{R_o}{2}\right)^2 + \left(\frac{Z_L}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow Z_3 = \sqrt{\left(40 + \frac{14{,}5}{2}\right)^2 + \left(\frac{31{,}4}{2}\right)^2} = 49{,}8\ \Omega$$

V_3 chỉ $U_3 = IZ_3 = 3{,}5.\ 49{,}8 = 174{,}3$ V

$$\cos\varphi_3 = \frac{R_o}{2Z_3} = \frac{14{,}45}{99{,}6} = 0{,}145$$

$$\varphi_3 = 81{,}6^o = 0{,}45\pi$$

Z_3 cảm kháng, u_3 nhanh pha hơn i một góc $0{,}45\pi$ rad

$$u_3 = 174{,}3\sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6} + 0{,}45\pi\right)$$

$$\Leftrightarrow u_3 = 174{,}3\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + 0{,}283\pi) \text{ (V)}$$

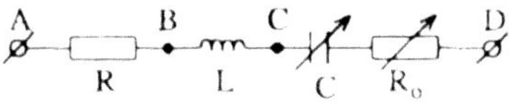
Bài toán 5.3.

Cho mạch điện như hình 5.5.

Cuộn dây thuần cảm và có hệ số

$L = \dfrac{0{,}3\sqrt{3}}{\pi}$ H.

$u_{AD} = 160\ \sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)$ (V)



Hinh 5.5

$U_{AB} = 60V$; $U_{BC} = 60\sqrt{3}$, $U_{CD} = 200V$

1. Tìm R_0, R, C

2. Viết các biểu thức i, u_{AB} , u_{AC}, u_{BC}, u_{CD}. Tìm độ lệch pha giữa u_{AB} và u_{CD}.

Với R_0 tìm được, điều chỉnh C đến C' để u_{AC} vuông pha với u_{CD}. Tìm C'

3. Với C tìm được ở câu 1, tìm R_0 để :

a. Công suất tiêu thụ ở đoạn mạch CD cực đại. Tìm công suất này.

b. Công suất tiêu thụ ở đoạn mạch AD cực đại. Tìm công suất này.

Với R_0 tìm được ở câu 3a. Thay đổi C của tụ điện

a. Với C bằng bao nhiêu thì công suất tiêu thụ toàn mạch đạt cực đại? Tìm công suất này và hệ số cosφ

b. Với C bằng bao nhiêu thì hiệu điện thế U_{BD} cực tiểu? Tìm hiệu điện thế này.

Giải:

1. Tìm R_0, R, C

$$Z_L = L\omega = \frac{0{,}3\sqrt{3}}{\pi}100\pi = 30\sqrt{3}\ \Omega$$

$$I = \frac{U_{BC}}{Z_L} = \frac{60\sqrt{3}}{30\sqrt{3}} = 2\,A$$

$$R = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{60}{2} = 30\ \Omega$$

$$Z_{CD} = \frac{U_{CD}}{I} = \frac{200}{2} = 100\ \Omega$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{160}{2} = 80\ \Omega$$

Ta lại có: $Z_{CD}^2 = R_o^2 + Z_C^2 = 10000$ (1)

$$Z^2 = (R + R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 6400 \quad (2)$$

hay $Z^2 = R^2 + R_o^2 + 2RR_o + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_LZ_C = 6400$

thay số ta được:

$$900 + 60R_0 + 2700 - 60\sqrt{3}\ Z_C + 10000 = 6400$$

hay $60(\sqrt{3}\,Z_C - R_o) = 7200$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\,Z_C - R_o = 120$$

$$\Leftrightarrow Z_C = \frac{120 + R_o}{\sqrt{3}}$$

Thay vào (1) $R_o^2 + \dfrac{14400 + R_o^2 + 240R_o}{3} = 10000$

$$\Leftrightarrow R_o^2 + 60R_o - 3900 = 0$$

$$\Leftrightarrow R_0 = 39{,}28\Omega$$

và $Z_C = \dfrac{120 + 39{,}28}{1{,}732} = 91{,}96\ \Omega$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{Z_C\omega} = \frac{1}{91{,}96.314} = 34{,}63\mu F$$

2. Các biểu thức:

Độ lệch pha giữa cường độ i và hiệu điện thế u_{AD}

$$\cos\varphi = \frac{R + R_o}{Z} = \frac{69{,}28}{80} = 0{,}866$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$$

$Z_C > Z_L$: i nhanh pha hơn u_{AD} một góc $\dfrac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow i = 2\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow i = 2\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)\ (V)$$

u_{AB} cùng pha với i:

$$\Rightarrow u_{AB} = 60\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\ (V)$$

Độ lệch pha giữa u_{AC} và i:

$$\cos\varphi_{AC} = \frac{R}{Z_{AC}}$$

với $Z_{AC} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{900 + 2700} = 60\ \Omega$

$$\cos\varphi_{AC} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_{AC} = \frac{\pi}{3};$$

$$U_{AC} = IZ_{AC} = 2 \cdot 60 = 120V$$

Z_{AC} cảm kháng: u_{AC} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{3}$ rad

$$\Rightarrow u_{AC} = 120\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow u_{AC} = 120\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\ (V)$$

u_{BC} nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow u_{BC} = 60\sqrt{6}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow u_{BC} = 60\sqrt{6}\sin\left(100\pi t + \frac{5\pi}{12}\right)\ (V)$$

Độ lệch pha giữa i và u_{CD}

$$\cos\varphi_{CD} = \frac{R_o}{Z_{CD}} \text{ với } Z_{CD} = \frac{U_{CD}}{I} = \frac{200}{2} = 100\ \Omega$$

$$\Rightarrow \cos\varphi_{CD} = \frac{39,28}{100} = 0,392$$

$$\Rightarrow \varphi_{CD} = 66,87^\circ \approx \frac{11\pi}{30}$$

Z_{CD} dung kháng: u_{CD} chậm pha hơn i một góc $\frac{11\pi}{3}$ rad

$$\Rightarrow u_{CD} = 200\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{12} - \frac{11\pi}{30}\right)$$

$$\Leftrightarrow u_{CD} = 200\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \frac{9\pi}{20}\right)\ (V)$$

Độ lệch pha giữa u_{AB} và u_{CD}:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{4} + \frac{9\pi}{20} = \frac{7\pi}{10} \text{ rad}$$

Để u_{AC} vuông pha với u_{CD} thì

$$\text{tg}\varphi_{AC} \, . \, \text{tg}\varphi_{CD} = -1$$

$$\frac{Z_L}{R} \times \frac{-Z'_C}{R_o} = -1$$

$$Z'_C = \frac{R R_o}{Z_L} = \frac{30 . 39,28}{51,96} = 22,68\ \Omega$$

và C' = 140,5 μF

3. Công suất

a. Công suất tiêu thụ ở mạch CD:

$$P_{CD} = R_0 I^2 = \frac{U^2 R_o}{(R + R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$\Leftrightarrow P_{CD} = \frac{U^2}{\dfrac{(R+R_o)^2+(Z_L-Z_C)^2}{R_o}}$$

Tử số U^2 không đổi. Muốn P_{CD} cực đại thì mẫu số phải cực tiểu

Đặt $y = \dfrac{(R+R_o)^2+(Z_L-Z_C)^2}{R_o}$

Lấy đạo hàm của y theo R_o và cho triệt tiêu

$$y' = \frac{R_o.2(R+R_o) - [(R+R_o)^2+(Z_L-Z_C)^2]}{R_o^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2RR_0 + 2R_o^2 - R^2 - R_o^2 - 2RR_o - (Z_L - Z_C)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow R_0 = \sqrt{R^2+(Z_L-Z_C)^2} = \sqrt{900+1600} = 50\ \Omega$$

và $P_{CD\,max} = \dfrac{160^2.50}{6400+1600} = 160\ W$

b. Công suất tiêu thụ toàn mạch:

$$P = (R+R_0)I^2 = \frac{U^2(R+R_o)}{(R+R_o)^2+(Z_L-Z_C)^2}$$

Chia cả tử lẫn mẫu cho $(R+R_0)$

$$P = \frac{U^2}{(R+R_o)+\dfrac{(Z_L-Z_C)^2}{R+R_o}}$$

Tử số U^2 không đổi, muốn P cực đại thì mẫu số phải cực tiểu:

Xét tích: $(R+R_0)\times\dfrac{(Z_L-Z_C)^2}{R+R_o} = (Z_L-Z_C)^2$ = hằng số

nên tổng: $(R+R_0) + \dfrac{(Z_L-Z_C)^2}{R+R_o}$ cực tiểu khi

$R + R_0 = \dfrac{(Z_L - Z_C)^2}{R + R_o}$ cực tiểu khi:

$$R + R_0 = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R + R_o}$$

hay $R + R_0 = |Z_L - Z_C| = 40\ \Omega$

Suy ra $R_0 = 40 - 30 = 10\Omega$

$$P_{max} = \frac{160^2 . 40}{1600 + 1600} = 320\ W$$

4a. Công suất toàn mạch

$$P = (R + R_0)I^2$$

Muốn P cực đại thì I phải cực đại:

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R + R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Tử số U không đổi, muốn I cực đại thì mẫu số phải cực tiểu hay $Z_L - Z_C$ phải cực tiểu $\Leftrightarrow Z_L - Z_C = 0$

$$\Rightarrow Z_C = Z_L = 30\sqrt{3}\ \Omega$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{Z_C\omega} = \frac{1}{30\sqrt{3}.314} = 61\mu F$$

$$I_{max} = \frac{160}{40} = 4A$$

và $P_{max} = (R + R_0)\,I^2_{max} = 80 . 16 = 640W$

Hiệu điện thế U_{CD}

$$U_{CD} = Z_{CD}I = \frac{U\sqrt{R_o^2 + Z_C^2}}{\sqrt{(R + R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$U_{CD} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + R_o^2 + 2RR_o + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_LZ_C}{R_o^2 + Z_C^2}}}$$

$$U_{CD} = \frac{U}{\sqrt{1 + \dfrac{R^2 + 2RR_o + Z_L^2 - 2Z_LZ_C}{R_o^2 + Z_C^2}}}$$

U không đổi u_{CD} cực đại

$$\Rightarrow y = \frac{R^2 + 2RR_o + Z_L^2 - 2Z_LZ_C}{R_o^2 + Z_C^2} \text{ phải cực tiểu}$$

Lấy đạo hàm của y theo Z_C:

$$y' = \frac{(R_o^2 + Z_C^2)(-2Z_L) - (R^2 + 2RR_o + Z_L^2 - 2Z_LZ_C)2Z_C}{(R_o^2 + Z_C^2)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow Z_LZ_C^2 - (R^2 + 2RR_0 + Z_L^2)Z_C - R_o^2Z_L = 0$$

$$\Leftrightarrow 30\sqrt{3}\,Z_C^2 - 6600Z_C - 75000\sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\,Z_C^2 - 220Z_C - 2500\sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow Z_C = -17{,}32\ \Omega \text{ và } Z_C = 144{,}34\Omega$$

Lấy nghiệm dương

$$\Rightarrow C = \frac{1}{Z_C\omega} = \frac{1}{144{,}34.314} = 22\mu F$$

$$U_{CD\,max} = \frac{160\sqrt{2500 + 20834}}{\sqrt{6400 + 8533{,}8}} = 200\,V$$

(y' biến thiên từ (-) sang (+) qua giá trị ứng với $Z_C = 144{,}34$ Ω. Vậy y qua giá trị cực tiểu).

C. Hiệu điện thế U_{BD}

$$U_{BD} = \frac{U\sqrt{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(R+R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\Leftrightarrow U_{BD} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + R_o^2 + 2RR_o + (Z_L - Z_C)^2}{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}$$

$$\Leftrightarrow U_{BD} = \frac{U}{\sqrt{1 + \dfrac{R^2 + 2RR_o}{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}$$

U không đổi, U_{BD} cực tiểu khi $y = \dfrac{R^2 + 2RR_o}{R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ cực đại

$\Rightarrow R_o^2 + (Z_L - Z_C)^2$ cực tiểu $\Rightarrow Z_L - Z_C = 0$

$$\Rightarrow Z_C = Z_L = 30\sqrt{3}\ \Omega$$

$$\Rightarrow U_{BD\,min} = \frac{160.50}{80} = 100V$$

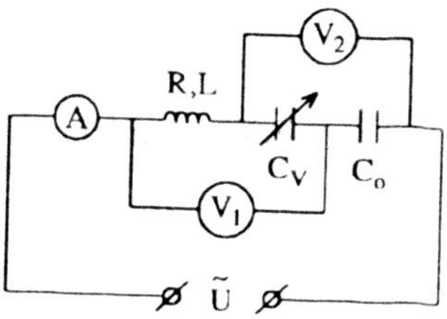
Bài toán 5.4

Cho mạch điện như hình 5.6

$C_0 = 12\mu F$;

$u = 141\sin\left(100\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$ (V)

Khi thay đổi C_V thì thấy có hai giá trị của C_V bằng $6\mu F$ và $12\mu F$, ampe kế đều chỉ 0,6A



Hình 5.6

1. Xác định L và R của cuộn cảm

2. Viết biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch ứng với hai giá trị của C_V.

3. Tìm công suất tiêu thụ và hệ số cosφ của mạch.

1. Xác định C_V để:

a. Cường độ dòng điện trong mạch trễ pha hơn một góc $\frac{\pi}{6}$ so với hiệu điện thế toàn mạch. Tìm chỉ số của ampe kế.

b. Vôn kế V_2 chỉ một hiệu điện thế cực đại.

c. Vôn kế V_1 chỉ một hiệu điện thế cực tiểu

Giải:

1. Vì hiệu điện thế hai đầu mạch và cường độ dòng điện trong mạch không đổi nên ứng với hai giá trị của C_V mạch chỉ có một giá trị của tổng trở:

$$Z_1 = Z_2$$

Gọi C_1 và C_2 là điện dung của bộ tụ ứng với hai giá trị của C_V:

$$C_1 = \frac{C_o C_{V_1}}{C_o + C_{V_1}} = \frac{12.6}{12+6} = 4\mu F$$

$$C_2 = \frac{C_o C_{V_2}}{C_o + C_{V_2}} = 6\mu F$$

Vì $C_1 \neq C_2$ nên:

$$L\omega - \frac{1}{C_1\omega} = \frac{1}{C_2\omega} - L\omega$$

Suy ra $$L = \frac{1}{2C_1\omega^2} + \frac{1}{2C_2\omega^2} = \frac{1}{2\omega^2}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2.314^2}\left(\frac{1}{4.10^{-6}} + \frac{1}{6.10^{-6}}\right) = 2{,}11H$$

$$\Rightarrow Z_L = L\omega = 663\ \Omega$$

$$Z_{C_1} = \frac{1}{C_1\omega} = \frac{1}{4.10^{-6}.314} = 796\ \Omega$$

$$Z_{C_2} = \frac{1}{C_2\omega} = \frac{1}{6.10^{-6}.314} = 530\ \Omega$$

Tổng trở toàn mạch:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{0,6}A$$

hay $$R^2 + (Z_L - Z_{C1})^2 = \frac{100^2}{0,6^2}$$

Thay số và rút ra: $R \approx 100\Omega$

2. Với $C_{V_1} = 6\ \mu F$; $\qquad Z_{C_1} > Z_L$

mạch có tính chất dung kháng: i nhanh pha hơn u một góc φ_2

$$\cos\varphi_2 = \frac{R}{Z} = \frac{100.0,6}{100} = 0,6$$

$$\Rightarrow \varphi_2 = 53,13^0 = 0,295\pi \text{ rad}$$

Biểu thức của cường độ dòng điện:

$$i = 0,6\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + 0,25\pi + 0,295\pi)$$

$$\Leftrightarrow i = 0,6\sqrt{2}\ \sin(100\pi t + 0,545\pi)\ (A)$$

với $C_{V_2} = 12\mu F$; $\qquad Z_{C_2} < Z_L$

mạch có tính chất cảm kháng; i chậm pha hơn u một góc $\varphi_1 = \varphi_2 = 0,295\pi rad$

Biểu thức của cường độ dòng điện:

$$i = 0,6\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0,25\pi - 0,295\pi)$$

$$\Rightarrow i = 0,6\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,045\pi)\ (A)$$

3. Ở trên đã tính được $\cos\varphi = 0,6$ nên công suất tiêu thụ của mạch:

$$P = U.I\cos\varphi = 100.0,6.0,6 = 36W$$

4.a. Vì cường độ trễ pha hơn hiệu điện thế nên $Z_L > Z_C$ và $\varphi > 0$

$$\text{tg}\varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow Z_C = \frac{Z_L\sqrt{3} - R}{\sqrt{3}} = 605,3\ \Omega$$

$$Z_{C_V} = Z_C - Z_{C_0} = 605,3 - 265,3 = 340\Omega$$

$$\Rightarrow C_V = \frac{1}{Z_{C_V}\,\omega} = \frac{1}{340.314} = 9,37\,\mu F$$

$$Z = \frac{R}{\cos\varphi} = \frac{100.2}{\sqrt{3}} = 115\,\Omega \text{ và } I = \frac{100}{115} = 0,87A$$

b. $$U_2 = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U\sqrt{\frac{Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

Đặt $y = \dfrac{Z_C^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

Lấy đạo hàm của y theo Z_C rồi cho triệt tiêu, rút ra:

$$Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} = 678\ \Omega$$

$$Z_{CV} = Z_C - Z_{C0} = 412,7\ \Omega$$

$$\Rightarrow C_V = \frac{1}{Z_{C_V}.\omega} = 7,72\ \mu F$$

c. $$U_1 = \frac{U\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{CV})^2}}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_{CV} - Z_{Co})^2}}$$

$$\Leftrightarrow U_1 = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + (Z_L - Z_{CV})^2 + Z_{Co}^2 - 2(Z_L - Z_{CV})Z_{Co}}{R^2 + (Z_L - Z_{CV})^2}}}$$

$$\Leftrightarrow U_1 = \frac{U}{\sqrt{1 + \dfrac{Z_{C_o}^2 - 2(Z_L - Z_{C_v})Z_{C_o}}{R^2 + (Z_L - Z_{C_v})^2}}}$$

Đặt $y = \dfrac{Z_{C_o}^2 - 2Z_{C_o}(Z_L - Z_{CV})}{R^2 + (Z_L - Z_{CV})^2}$

U_2 cực tiểu khi y cực đại

Lấy đạo hàm của y theo Z_{C_v} và cho triệt tiêu

$$y' = \frac{[R^2 + (Z_L - Z_{C_v})^2]2Z_{C_o} + [Z_{C_o}^2 - 2Z_{C_o}(Z_L - Z_{C_v})]2(Z_L - Z_{C_v})}{[R^2 + (Z_L - Z_{C_v})^2]^2} = 0$$

Đặt $Z_L - Z_{C_v} = X$

$$\Rightarrow X^2 - Z_{C_o}X - R^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow X^2 - 265{,}3Z - 10000 = 0$$

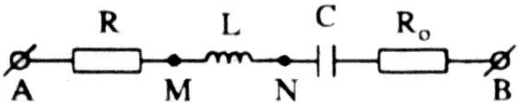
$$X_1 = Z_L - Z_{C_{v_1}} = 298{,}77 \Rightarrow Z_{C_{v_1}} = 364{,}23\Omega$$

$$X_2 = Z_L - Z_{C_{v_2}} = -33{,}47 \Rightarrow Z_{C_{v_2}} = 696{,}47\Omega$$

X		-33,34		298,77	
y'	+	0	-	0	+
y	↗	max	↘	min	↗
U_1		min		max	

Khi $Z_{C_{v_2}} = 696{,}47\ \Omega \Leftrightarrow C = \dfrac{1}{Z_{C_{v_2}}\omega} = 4{,}57\mu F$ thì $U_1 = U_{1min}$

Bài toán 5.5



Hình 5.7

Cho mạch điện hình 5.7

Khi một trong các lượng R, L, C, R_0 thay đổi thì các đại lượng còn lại không thay đổi.

Vẽ đồ thị biểu diễn các hàm số sau:

1. $i = f(L)$ với $f = 5000Hz$, $C = 8.10^{-8}F$,

$R = 200\Omega$, $R_0 = 36\Omega$, $U_{AB} = 100V$

2. $P = f(L)$ với $f = 50Hz$, $C = 31,8\ \mu F$,

$R = 80\Omega$, $R_0 = 20\Omega$, $U_{AB} = 100V$

3. $P_{R_0} = f(R_0)$ với $f = 50Hz$, $C = 31,8\ \mu F$,

$L = \dfrac{0,4}{\pi} H$, $R = 40\Omega$, $U_{AB} = 100V$

4. $U_{MN} = f(C)$ với $f = 50Hz$, $L = 0,477H$,

$R = 50\Omega$, $R_0 = 20\Omega$, $U_{AB} = 85V$

5. $U_{NB} = f(C)$ với $f = 50Hz$, $L = 0,477H$,

$R = 40\Omega$, $R_o = 30\Omega$, $U_{AB} = 85V$

6. $U_{MB} = f(C)$ với $f = 50Hz$, $L = 0,477H$,

$R = 30\Omega$, $R_o = 40\Omega$, $U_{AB} = 85V$

Giải:

1. $i = f(L)$:

$$Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{8.10^{-8}.10^4\pi} = \frac{1250}{\pi}\ \Omega$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R+R_o)^2 + (L\omega - Z_C)^2}}$$

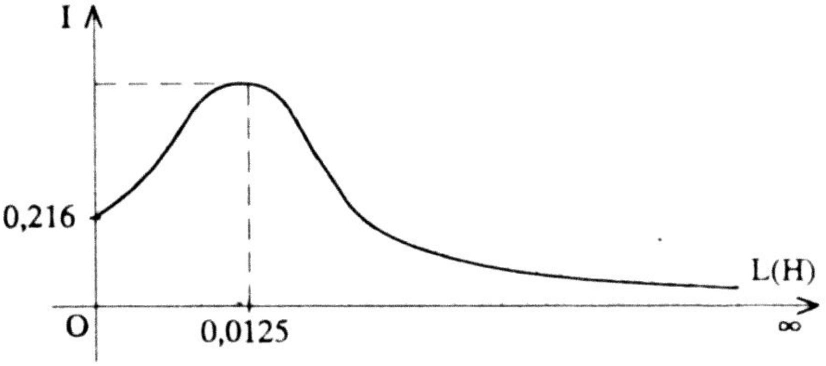
$$I = I_{max} \text{ khi } L = \frac{Z_c}{\omega} = \frac{1}{8.10^{-8}.(10^4\pi)^2} = \frac{1}{80} = 0,0125\,H$$

$$I_{max} = \frac{100}{236} = 0,42A$$

$$L = 0 \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{(R+R_o)^2 + Z_C^2}} = \frac{100}{\sqrt{236^2 + \left(\dfrac{1250}{\pi}\right)^2}} = 0,216A$$

$$L = \infty \qquad I = 0$$

Đồ thị của hàm số được vẽ ở hình 5.8



Hinh 5.8

2. P = f(L)

$$Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{31{,}8.10^{-6}.314} = 100\ \Omega$$

$$P = (R + R_0)I^2 = \frac{U^2(R+R_o)}{(R+R_o)^2+(Z_L-Z_C)^2} = \frac{10^6}{100^2+(314L-100)^2}$$

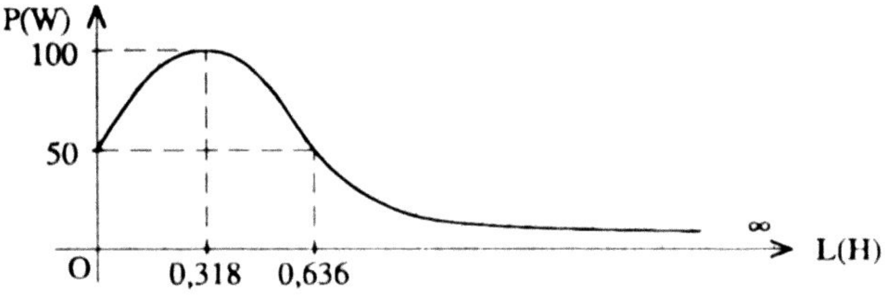
$$L = 0 \qquad \Rightarrow \quad P = 50W$$

$$L = \frac{1}{3{,}14}H \Rightarrow \quad P = P_{max} = 100W$$

$$L = \frac{2}{3{,}14}H \Rightarrow \quad P = 50W$$

$$L = \infty \qquad \Rightarrow \quad P = 0$$

Đồ thị của hàm số được vẽ ở hình 5.9



Hinh 5.9

3. $P_{R_0} = f(R_0)$

$$P_{R_0} = \frac{U^2 R_o}{(R+R_o)^2+(Z_L-Z_C)^2}$$

$$Z_L = L\omega = \frac{0{,}4}{\pi}.100\pi = 40\Omega$$

$$Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{31{,}8.10^{-6}.314} = 100\ \Omega$$

$$P = \frac{10000}{(40+R_o)^2+3600}$$

hay $$P_{R_0} = \frac{10000}{\dfrac{(40+R_o)^2+3600}{R_o}}$$

$$P = P_{max} \text{ khi } y = \frac{(40+R_o)^2+3600}{R_o} \min$$

Lấy đạo hàm của y theo R_o và cho triệt tiêu:

$$y' = \frac{R_0.2(40+R_o)-(40+R_o)^2-3600}{R_o^2} = 0$$

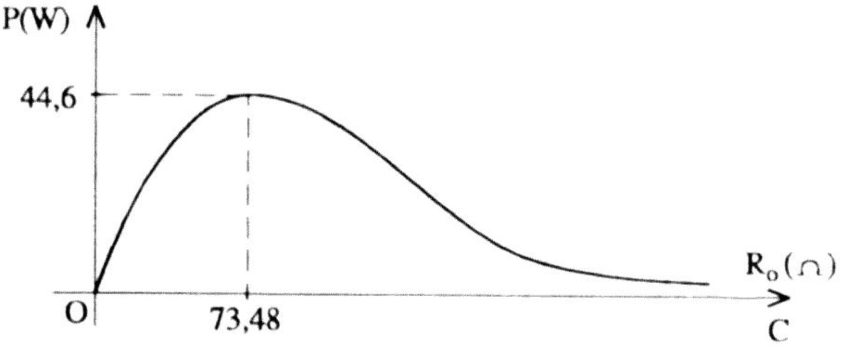
Suy ra $R_0 = 72{,}11\Omega$

và $$P_{max} = \frac{10000.72{,}11}{112{,}18^2+3600} = 44{,}6\ \text{W}$$

$$R_0 = 0 \rightarrow P = 0$$

$$R_0 = \infty \rightarrow P = 0$$

Đồ thị được vẽ ở hình 5.10



Hình 5.10

b. $$P = \frac{U^2(R+R_o)}{(R+R_o)^2+(Z_L-Z_C)^2}$$

$$P = \frac{U^2}{(R+R_o)+\dfrac{(Z_L-Z_C)^2}{R+R_o}}$$

Theo bất đẳng thức Cawchy:

$P = P_{max}$ khi $R+R_0 = Z_L - Z_C = 60$

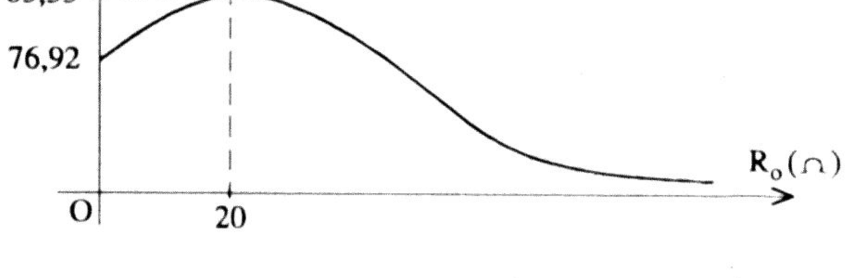
$R_0 = 20\Omega$

và $$P_{max} = \frac{U^2}{2(R+R_o)} = \frac{10000}{120} = 83{,}33\,W$$

$$R_0 = 0 \qquad P = \frac{10000.40}{1600+3600} = 76{,}92\,W$$

$$R_0 = \infty \qquad P = 0$$

Đồ thị được vẽ ở hình 5.11



Hình 5.11

4. $U_{MN} = f(C)$

$$U_{MN} = \frac{UZ_L}{\sqrt{(R+R_o)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$Z_L = L\omega = 150\Omega$$

$U_{MN} = U_{MNmax}$ khi $Z_C = Z_L = 150\Omega$

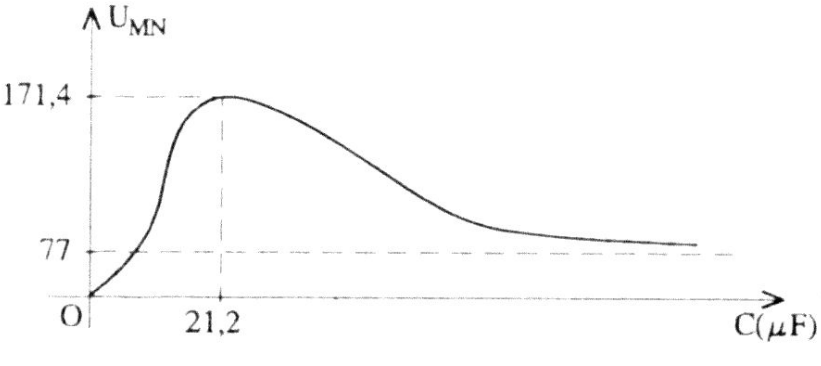
$$C = \frac{1}{Z_C.\omega} = 21,2\mu F$$

và $U_{MNmax} = \dfrac{85.150}{70} = 182,1V$

$C = 0 \qquad U_{MN} = 0$

$C = \infty \qquad U_{MN} = 77V$

Đồ thị được vẽ như hình 5.12



Hình 5.12

5. $U_{NB} = f(C)$

$$U_{NB} = \frac{U\sqrt{R_0^2 + Z_C^2}}{\sqrt{(R+R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\Leftrightarrow U_{NB} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{(R+R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R_0^2 + Z_C^2}}}$$

$U_{NB} = U_{NBmax}$ khi $y = \dfrac{(R+R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R_0^2 + Z_C^2}$ min

$$y' = \frac{(R_0^2 + Z_C^2)\left[-2(Z_L - Z_C)\right] - \left[(R+R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2\right]2Z_C}{\left[R_0^2 + Z_C^2\right]^2} = 0$$

$\Leftrightarrow Z_L\, Z_C^2 - (R^2 + 2RR_0 + Z_L^2)Z_C - R_0^2 Z_L = 0$

$\Leftrightarrow 3Z_C^2 - 530Z_C - 2700 = 0$

$\Rightarrow Z_C = 181{,}62\ \Omega$

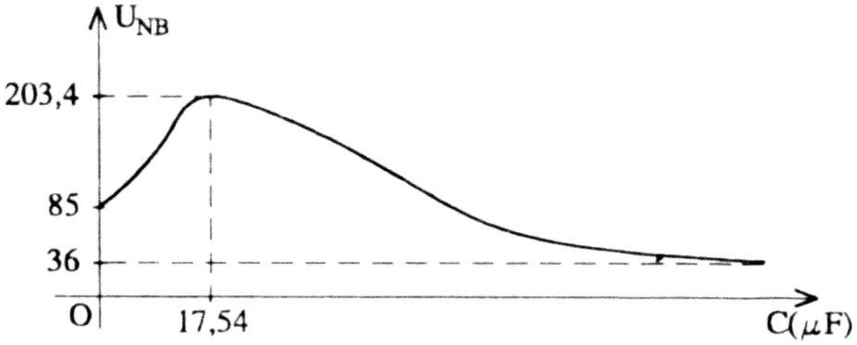
$\Rightarrow C = 17{,}53\ \mu F$

$U_{NBmax} = 203{,}4$ V

$C = 0 \qquad U_{NB} = 85V$

$C = \infty \qquad U_{NB} = 36V$

Đồ thị được vẽ như hình 5.13



Hình 5.13

6. $U_{MB} = f(C)$

$$U_{MB} = \frac{U\sqrt{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(R+R_0)^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$$

$$\Leftrightarrow U_{MB} = \frac{U}{\sqrt{\dfrac{R^2 + R_0^2 + 2RR_0 + (Z_L - Z_C)^2}{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}$$

$$\Leftrightarrow U_{MB} = \frac{U}{\sqrt{1 + \dfrac{R^2 + 2RR_0}{R_0^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}$$

$U_{MB} = U_{MBmin}$ khi $Z_C = Z_L = 150\Omega$

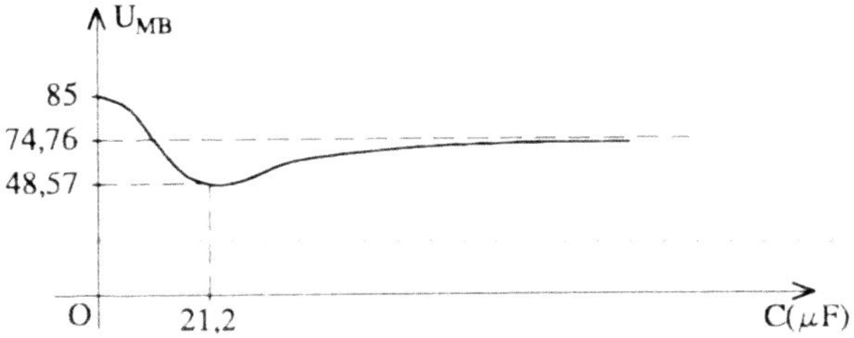
$\Rightarrow C = 21,2\mu F$

$U_{MBmin} = 48,57V$

$C = 0$ $\quad$ $U_{MB} = 85V$

$C = \infty$ $\quad$ $U_{MB} = 74,76V$

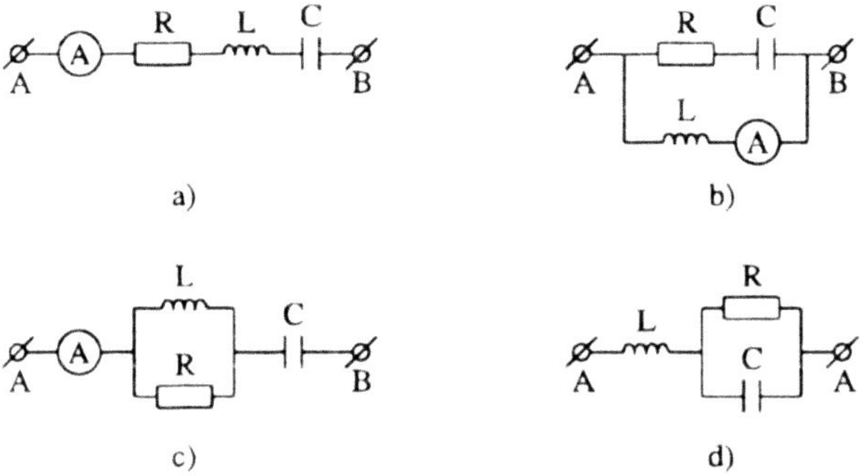
Đồ thị được vẽ như hình 5.14



Hình 5.14

Bài toán 5.6

Cho các mạch điện như ở hình 5.15



R
L
C
A
A
B
a)
R
C
A
B
L
A
b)
L
C
A
R
A
B
c)
R
L
C
A
A
d)

Hình 5.15

Các giá trị R, L. C có thể khác nhau ở các mạch điện. Hiệu điện thế giữa A và B trong các mạch đều là:

$$u = 220\sqrt{2}\sin 100\pi t (V)$$

1. Ở mạch điện hình 5.15 a: $R = 100\sqrt{3}\Omega, C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}F$ tìm L để hệ số công suất toàn mạch bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm số chỉ của ampe kế và viết biểu thức cường độ dòng điện.

2. Ở mạch điện hình 515.b: $R = 100\Omega$. Tìm L và C để hệ số công suất bằng 1 và số chỉ của ampe kế cực đại.

3. Ở mạch điện hình 5.15c: $C = \frac{1}{2\pi}.10^{-4}F$. Tìm $L \neq 0$ để số chỉ của ampe kế không phụ thuộc R.

4. Ở mạch điện hình 5.15d: chứng minh rằng, nếu $LC\omega^2 = 1$ dòng điện qua R không phụ thuộc R.

Giải:

1. Tìm L và I (Hình 5.15a)

$$Z_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{2\pi 10^4}{100\pi} = 200\Omega$$

Tổng trở của mạch điện

$$Z = \frac{R}{\cos\varphi} = \frac{100.\sqrt{3}.2}{\sqrt{3}} = 200\,\Omega$$

Mặt khác $Z^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 4.10^4$

$$\Leftrightarrow (Z_L - Z_C)^2 = 4.10^4 - 3.10^4$$

$$\Leftrightarrow (Z_L - Z_C) = \pm 100$$

Suy ra: $Z_{L_1} = 300\,\Omega \rightarrow L_1 = \frac{Z_{L_1}}{\omega} = \frac{300}{100\pi} = \frac{3}{\pi}H$

$$Z_{L_2} = 100\,\Omega \rightarrow L_2 = \frac{Z_{L_2}}{\omega} = \frac{100}{100\pi} = \frac{1}{\pi}H$$

Độ lệch pha giữa cường độ i và hiệu điện thế u:

$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$$

nếu $Z_{L1} = 300\Omega > Z_C = 200\Omega$ thì mạch có tính chất cảm kháng: i chậm pha hơn u:

$$i = \sqrt{2}\ \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)\ (A)$$

nếu $Z_{L2} = 100 < Z_C = 200\Omega$ thì mạch có tính chất dung kháng i nhanh pha hơn u:

$$i = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\ (A)$$

2. Tìm L và C (Hình 5.15b)

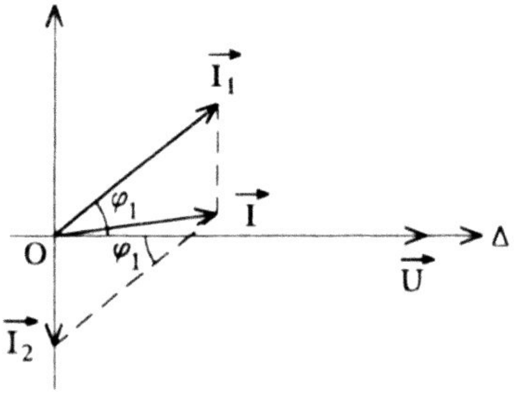
Mạch 1 chứa R và C nên có tính chất dung kháng: i_1 nhanh pha hơn u một góc φ_1:

$$\sin\varphi_1 = \frac{Z_C}{Z_1}$$

Mạch 2 chứa L nên có tính chất cảm kháng: i_2 chậm pha hơn u một góc $\frac{\pi}{2}$.

$\cos\varphi = 1$ nên cường độ mạch chính cùng pha với u

Giản đồ vectơ: $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$ được vẽ ở hình 5.16.



Hình 5.16

Qua hình vẽ ta thấy:

$$I_2 = I_1\sin\varphi_1$$

$$\Leftrightarrow \frac{U}{Z_L} = \frac{U}{Z_1}\sin\varphi_1 = \frac{U}{Z_1}.\frac{Z_C}{Z_1}$$

$$\Leftrightarrow Z_LZ_C = R^2 + Z_C^2$$

hay $$Z_L = \frac{R^2}{Z_C} + Z_C$$

Hiệu điện thế u ở hai đầu mạch song song không đổi nên muốn I_2 cực đại thì Z_L phải cực tiểu:

Xét tích: $\frac{R^2}{Z_C} \times Z_C = R^2$ không đổi

Vậy: $\frac{R^2}{Z_C} + Z_C = R^2$ cực tiểu khi $Z_C^2 = R^2$

hay $Z_C = 100\Omega \rightarrow C = \frac{1}{Z_C.\omega} = \frac{1}{\pi}10^{-4}F$

$$Z_L = 100 + 100 = 200\Omega \rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{2}{\pi}H$$

Ampe kế chỉ: $I_2 = \frac{U}{Z_L} = \frac{200}{200} = 1A$

3. I không phụ thuộc R (Hình 5.15c)

Tổng trở của mạch song song:

$$Z_{//} = \frac{RZ_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$$

Độ lệch pha giữa hiệu điện thế hai đầu mạch song song và cường độ mạch chính:

$$\sin\varphi_{//} = \frac{Z_{//}}{Z_L} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$$

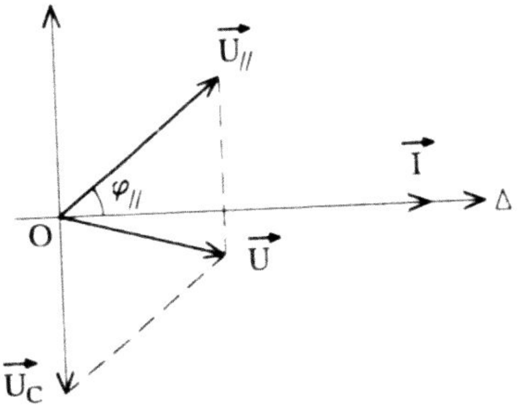
Hiệu điện thế toàn mạch:

$$\vec{U} = \vec{U}_{//} + \vec{U}_C$$

$Z_{//}$ cảm kháng: $u_{//}$ nhanh pha hơn i một góc $\varphi_{//}$

Z_C dung kháng: u_C chậm pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$

Giản đồ vectơ hiệu điện thế được vẽ ở hình 5.17



Hình 5.17

$$U^2 = U_{//}^2 + U_C^2 - 2U_{//}U_C\sin\varphi_{//}$$

$$\Leftrightarrow Z^2 = Z_{//}^2 + Z_C^2 - 2Z_{//}Z_C\sin\varphi_{//}$$

$$\Leftrightarrow Z^2 = \frac{R^2Z_L^2}{R^2+Z_L^2} + Z_C^2 - 2\frac{RZ_LZ_C}{\sqrt{R^2+Z_L^2}}\cdot\frac{R}{\sqrt{R^2+Z_L^2}}$$

$$\Leftrightarrow Z^2 = \frac{R^2Z_L}{R^2+Z^2}(Z_L - 2Z_C) + Z_C^2$$

$I = \frac{U}{Z}$ muốn I không phụ thuộc R thì Z cũng không phụ thuộc R và vế phải của phương trình không chứa R, tức là

$$\frac{R^2Z_L}{R^2+Z_L^2}(Z_L - 2Z_C) = 0$$

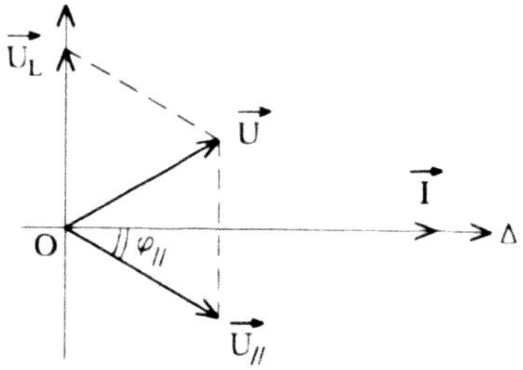
Suy ra $Z_L = 2\,Z_C = 2\frac{1}{C\omega} = \frac{2.2\pi}{100\pi}.10^4 = 400\Omega$

$$L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{400}{100\pi} = \frac{\pi}{4}H$$

4. I_R không phụ thuộc R (hình 5.15d):

Vì $LC\omega^2 = 1$ nên $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

$$\Leftrightarrow Z_L = Z_C$$



Hình 5.18

Tổng trở của mạch song song:

$$Z_{//} = \frac{RZ_C}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

Độ lệch pha giữa $U_{//}$ và i:

$$\sin\varphi_{//} = \frac{Z_{//}}{Z_C} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

$Z_{//}$ dung kháng: $U_{//}$ chậm pha hơn i một góc $\varphi_{//}$

Z_L cảm kháng: U_L nhanh pha hơn i một góc $\frac{\pi}{2}$

$$\vec{U} = \overrightarrow{U_{//}} + \overrightarrow{U_L}$$

Giản đồ véc tơ được vẽ ở hình 5.18. Qua giản đồ ta thấy $U^2 = U_{//}^2 + U_2^2 - 2U_LU_{//}\sin\varphi_{//}$

hay $Z = \sqrt{Z_{//}^2 + Z_C^2 - 2Z_CZ_{//}\sin\varphi_{//}}$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{Z_{//}^2 + Z_C^2 - 2Z_CZ_{//}\sin\varphi_{//}}}$$

$$U_{//} = IZ_{//} = \frac{UZ_{//}}{\sqrt{Z_{//}^2 + Z_C^2 - 2Z_CZ_{//}\sin\varphi_{//}}}$$

$$\Rightarrow I_R = \frac{U_{//}}{R} = \frac{UZ_{//}}{R\sqrt{Z_{//}^2 + Z_C^2 - 2Z_C.Z_{//}\sin\varphi_{//}}}$$

$$\Leftrightarrow I_R = \frac{\dfrac{URZ_C}{\sqrt{R^2+Z_C^2}}}{R\sqrt{\dfrac{R^2Z_C^2}{R^2+Z_C^2}+Z_C^2-2\dfrac{Z_C^2R}{\sqrt{R^2+Z_C^2}}\cdot\dfrac{R}{\sqrt{R^2+Z_C^2}}}}$$

$$\Leftrightarrow I_R = \frac{UZ_C}{\sqrt{(R^2+Z_C^2)\left(\dfrac{R^2Z_C^2}{R^2+Z_C^2}-\dfrac{2R^2Z_C^2}{R^2+Z_C^2}+Z_C^2\right)}}$$

$$\Leftrightarrow I_R = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2Z_C^2-2R^2Z_C^2+R^2Z_C^2+Z_C^4}} = \frac{U}{Z_C}$$

Vậy I_R không phụ thuộc vào giá trị của E

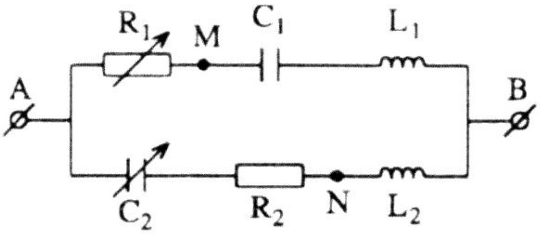
Bài toán 5.7

Cho mạch điện như hình 5.19

$C_1 = \dfrac{10^{-3}}{7\pi}$ F, $L_1 = \dfrac{1}{\pi}$ H,

$L_2 = \dfrac{0,3\sqrt{3}}{\pi}$ H,

$R_2 = 30\Omega$, $U_{AB} = 100V$



Hình 5.19

1. Cho R = 40 Ω, C_2 = 31,8μH, Cường độ i qua mạch AMB:

$$i_1 = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})(A)$$

a. Viết biểu thức cường độ mạch rẽ ANB, cường độ mạch chính i. Tìm độ lệch pha giữa cường độ hai mạch rẽ.

b. Tìm hiệu điện thế U_{MN}.

c. Tìm công suất tiêu thụ toàn mạch và hệ số cosφ.

2. Để đạt được công suất toàn mạch cực đại người ta có thể thay đổi hoặc R_1 hoặc C_2

a. Cho $R_1 = 40\ \Omega$. Tìm C_2 và công suất cực đại này.

b. Cho $C_2 = 63{,}6\mu H$. Tìm R_1 và công suất cực đại này.

3. Cho $R_1 = 40\Omega$. Tìm C_2 để cường độ mạch chính cùng pha với hiệu điện thế u_{AB} ở hai đầu mạch song song.

4. Tìm Z_{C_2} để U_{AN} cực đại. Tìm hiệu điện thế cực đại này.

Giải:

1.a. Cường độ dòng điện trong các mạch:

$$Z_{C_1} = \frac{1}{C_1\omega} = 70\Omega, \quad Z_{C_2} = \frac{1}{C_2\omega} = 60\sqrt{3}\Omega$$

Tổng trở mạch AMB:

$$Z_{AMB} = Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})} = 50\Omega$$

Độ lệch pha giữa cường độ i_1 và hiệu điện thế U_{AB}

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{40}{50} = 0{,}8 \rightarrow \varphi_1 \approx 0{,}2\pi$$

$Z_{L_1} > Z_{C_1}$: Z_1 cảm kháng, i_1 chậm pha hơn u_{AB} một góc $0{,}2\ \pi$

Biểu thức của u_{AB}

$$u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}25\pi + 0{,}2\pi)$$

$$\Leftrightarrow u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}05\pi)(V)$$

Tổng trở của mạch ANB:

$$Z_{ANB} = Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2} = 60\Omega$$

Độ lệch pha giữa i_2 và u_{AB}

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{30}{60} = 0{,}5 \rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3}$$

$Z_{C_2} > Z_{L_2}$: dung kháng, i_2 nhanh pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{3}$ rad

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{Z_2} = \frac{100}{60} = \frac{5}{3}\,A$$

Biểu thức của i_2:

$$i_2 = \frac{5\sqrt{2}}{3}\sin(100\pi t - 0{,}05\pi + 0{,}33\pi)$$

$$\Leftrightarrow i_2 = \frac{5\sqrt{2}}{3}\sin(100\pi t + 0{,}28\pi)\ (A)$$

Biểu thức của cường độ mạch chính i:

$$i = i_1 + i_2$$

$$\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$$

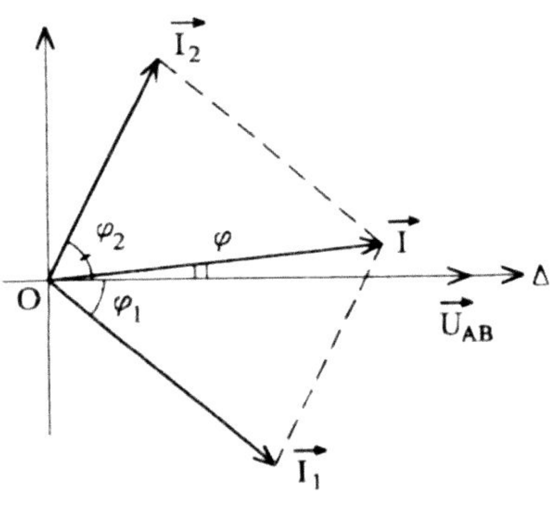
Cho u_{AB} một phương trình đơn giản:

$$u_{AB} = U_{AB}\sqrt{2}\sin\omega t\ (V)$$

thì $$i_1 = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t - 0{,}2\pi)\ (A)$$

$$i_2 = I_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{3})\ (A)$$

Giản đồ véctơ cường độ được vẽ ở hình 5.20


$\vec{I_2}$
φ_2
φ
$\vec{I}$
Δ
O
φ_1
$\vec{U_{AB}}$
$\vec{I_1}$

Hình 5.20

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos\Delta\varphi}$$

$$I = \sqrt{4 + \frac{25}{9} + 2.2.\frac{5}{3}\cos 96{,}87} \approx 2{,}45A$$

Độ lệch pha giữa cường độ mạch chính và hiệu điện thế u_{AB}

$$tg\,\varphi = \frac{I_1\sin\varphi_1 + I_2\sin\varphi_2}{\varphi_1\cos\varphi_1 + I_2\cos\varphi_2} = \frac{2(-0{,}6) + \frac{5}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}}{2.0{,}8 + \frac{5}{3}.0{,}5} = 0{,}1 \rightarrow \varphi = 10^0 = \frac{\pi}{18}$$

i nhanh pha hơn u_{AB} một góc $\frac{\pi}{18}$ rad

$$\Rightarrow i = 2{,}45\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}05\pi + \frac{\pi}{18})$$

$$\Leftrightarrow i = 2{,}45\sqrt{2}\sin(100\pi t + \frac{0{,}1\pi}{18})(A)$$

Độ lệch pha giữa cường độ hai mạch rẽ.

$$\Delta\varphi_{21} = 0{,}28\,\pi + 0{,}25\,\pi = 0{,}53\,\pi\text{ rad}$$

1b. Biểu thức hiệu điện thế hai đầu mạch MN:

$$\vec{U}_{AM} + \vec{U}_{MN} = \vec{U}_{AN}$$

$$U_{AM} = I_1R_1 = 2.40 = 80\,V$$

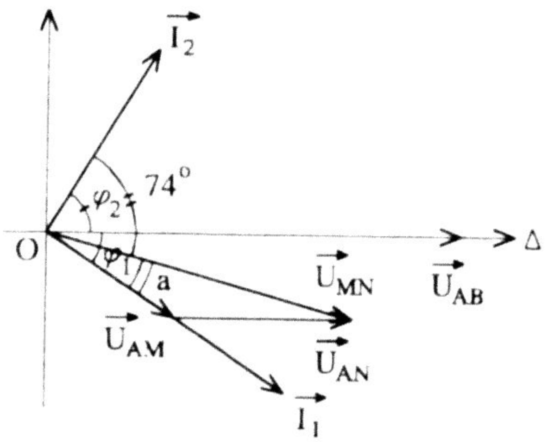
u_{AM} cùng pha với i

$$U_{AN} = I_2\,Z_{AN} = I_2\sqrt{R_2^2 + Z_{C_2}^2} \approx 180\,V$$

$$\cos\varphi_{AM} = \frac{R_2}{Z_{AN}} = \frac{30}{108} \rightarrow \varphi_{AN} = 74^0$$

u_{AN} chậm pha hơn i_2 một góc 74^0

Giản đồ vectơ hiệu điện thế được vẽ ở hình 5.21.



$\vec{I_2}$
74°
φ_2
O
φ_1
a
$\vec{U}_{MN}$
$\vec{U}_{AB}$
Δ
$\vec{U}_{AM}$
$\vec{U}_{AN}$
$\vec{I_1}$

Hình 5.21

Từ tam giác vectơ $\vec{U}_{AM}, \vec{U}_{AN}$

$$U_{MN} = \sqrt{\vec{U}_{AM}^2 + \vec{U}_{AN}^2 - 2U_{AM}U_{AN}\cos a}$$

$$a = 22{,}87^o$$

$$\Rightarrow U_{MN} = \sqrt{6400 + 32400 - 2.80.180.0{,}92}$$

$$\Rightarrow U_{MN} = 111\ V$$

1c. Công suất toàn mạch

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 40.4 + 30.\frac{25}{9} = 243{,}33\ W$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{243{,}33}{100.2{,}45} = 0{,}99$$

2. Công suất tiêu thụ toàn mạch bằng tổng công suất tiêu thụ ở các mạch rẽ. Do đó, nếu công suất ở một mạch rẽ nào đó không đổi thì công suất toàn mạch cực đại khi công suất ở mạch rẽ kia cực đại.

a. Thay đổi C_2

Công suất ở mạch AMB không đổi

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 40.4 = 160\ W$$

Công suất ở mạch ANB:

$$P_2 = R_2 I_2^2 = \frac{U_{AB}^2 R_2}{R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2}$$

Tử số $U_{AB}^2 R_2$ không đổi $\Rightarrow P_2$ cực đại khi $Z_{L_2} - Z_{C_2} = 0$. Suy ra:

$$Z_{C_2} = Z_{L_2} = 30\sqrt{3}\,\Omega$$

và $C_2 = \frac{1}{Z_{C2}\,\omega} = 61{,}3\,\mu F$

$$P_{2\max} = \frac{U_{AB}^2}{R_2} = \frac{10000}{30} = 333{,}3\ W$$

Công suất toàn mạch cực đại:

$$P_{\max} = P_1 + P_{2\max} = 160 + 333{,}3 = 493{,}3W$$

b. Thay đổi R_1

Công suất ở mạch ANB không đổi

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 30.\frac{25}{9} = 83{,}33\,W$$

công suất ở mạch AMB:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = \frac{U_{AB}^2 R_1}{R_1^2 + (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}$$

$$\Leftrightarrow P_1 = \frac{U_{AB}^2}{R_1 + \frac{(Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}{R_1}}$$

Tử số U_{AB}^2 không đổi, P_1 cực đại khi $R_1 + \frac{(Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}{R_1}$ cực tiểu.

Xét tích $R_1 \times \frac{(Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}{R_1} = (Z_{L_1} - Z_{C_1})^2$ không đổi

nên $R_1 + \frac{(Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}{R_1}$ cực tiểu $\Leftrightarrow R_1 = \frac{(Z_{L_1} - Z_{C_1})^2}{R_1}$

$$\Leftrightarrow R_1 = |Z_{L_1} - Z_{C_1}|$$

$$\Rightarrow R_1 = 100 - 70 = 30\,\Omega$$

$$P_{1\max} = \frac{U_{AB}^2}{2R_1} = \frac{10000}{2.30} = 166{,}7\text{ W}$$

Công suất toàn mạch cực đại;

$$P_{\max} = P_2 + P_{1\max} = 250\text{ W}$$

3. Theo giản đồ vectơ hình 5.20 nếu i cùng pha với u_{AB} thì $\varphi = 0$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{I_1 \sin\varphi_1 + I_2 \sin\varphi_2}{I_1 \cos\varphi_1 + I_2 \cos\varphi_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow I_1 \sin\varphi_1 = -I_2 \sin\varphi_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{U_{AB}}{Z_1}\sin\varphi_1 = -\frac{U_{AB}}{Z_2}\sin\varphi_2$$

với: $Z_1 = 50\,\Omega$

$$\sin\varphi_1 = \frac{30}{50} = 0{,}6$$

$$Z_2^2 = R_2^2 + (Z_{L_2} - Z_{C_2})^2 = 900 + (30\sqrt{3} - Z_{C_2})^2$$

$$\sin\varphi_2 = \frac{Z_{L_2} - Z_{C_2}}{Z_2} = \frac{30\sqrt{3} - Z_{C_2}}{\sqrt{900 + (30\sqrt{3} - Z_{C_2})^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{0{,}6}{50} = -\frac{30\sqrt{3} - Z_{C2}}{900 + (30\sqrt{3} - Z_{C2})^2}$$

$$\Leftrightarrow 540 + 1620 + 0{,}6Z_{C_2}^2 - 30\sqrt{3}\,Z_{C_2} + 1500\sqrt{3} - 50Z_{C_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 0{,}6Z_{C_2}^2 - (30\sqrt{3} + 50)Z_{C_2} + 2160 + 1500\sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} Z_{C_2} = 125{,}55\,\Omega \\ Z_{C_2} = 64{,}71\,\Omega \end{array}\right.$$

Vì cường độ mạch chính cùng pha với hai đầu mạch song song U_{AB} nên một mạch rẽ có tính chất cảm kháng thì mạch rẽ kia phải có tính chất dung kháng. Do đó mạch AMB đã có tính chất cảm kháng thì mạch ANB phải có tính chất dung kháng. Vì thế hai giá trị của Z_{C_2} đều thoả mãn vì chúng đều lớn hơn $Z_{L_2} = 51{,}96\,\Omega$.

4. U_{AN} cực đại:

$$U_{AN} = I_2\sqrt{R_2^2 + Z_{C_2}^2}$$

$$\Leftrightarrow U_{AN} = \frac{U_{AB}\cdot\sqrt{R_2^2 + Z_{C_2}^2}}{\sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2}}$$

$$\Leftrightarrow U_{AN} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{\dfrac{R_2^2 + Z_{L_2}^2 + Z_{C_2}^2 - 2Z_{L_2}Z_{C_2}}{R_2^2 + Z_{C_2}^2}}}$$

$$\Leftrightarrow U_{AB} = \frac{U_{AB}}{\sqrt{1 + \dfrac{Z_{L_2}^2 - 2Z_{L_2}Z_{C_2}}{R_2^2 + Z_{C_2}^2}}}$$

Tử số U_{AB} không đổi, U_{AN} cực đại khi khi $y = \dfrac{Z_{L_2}^2 - 2Z_{L_2}Z_{C_2}}{R_2^2 + Z_{C_2}^2}$ cực tiểu.

Lấy đạo hàm của y theo Z_{C_2}

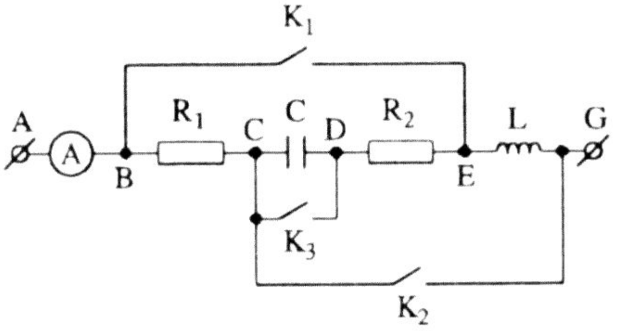
$$y' = \frac{(R_2^2 + Z_{C_2}^2)(-Z_{L_2}) - (Z_{L_2}^2 - 2Z_{L_2}Z_{C_2})2Z_{C_2}}{\left([R_2^2 + Z_{C_2}^2]^2\right)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\,Z_{C_2}^2 - 90Z_{C_2} - 900\sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow Z_{C_2} = \frac{45 + 68{,}74}{\sqrt{3}} = 65{,}67\,\Omega$$

$$\Rightarrow U_{AN\max} = \frac{100\sqrt{900 + 4312,5}}{\sqrt{900 + (51,96 - 65,67)^2}} = 218,9\,V$$

Bài toán 5.8



Hình 5.22

Cho mạch điện như hình 5.22

$R_1 = 20\Omega, R_2 = 20\,\Omega, C = \frac{1}{3\pi}10^{-3}\,F$

hệ số tự cảm L có thể thay đổi.

$$u_{AG} = 100\sqrt{2}\sin(100\,\pi t + \frac{\pi}{4})\ (A)$$

1. Các khoá K_1, K_2, K_3 đều ngắt.

Ampe kế chỉ 1A.

a. Tìm hệ số tự cảm L của cuộn cảm, công suất toàn mạch và hệ số $\cos\varphi$

b. Viết biểu thức cường độ dòng điện qua ampe kế và u_{CG}.

c. Thay đổi L để U_{CG} cực tiểu. Tìm L.

2. Cho $L = \frac{0,6}{\pi}H$

Viết biểu thức cường độ dòng điện qua ampekế, biểu thức U_{CG} trong các trường hợp sau:

a. K_1 đóng, K_2 và K_3 ngắt.

b. K_2 đóng, K_1 và K_3 ngắt

c. K_1 và K_2 đóng, K_3 ngắt

d. K_1 và K_3 đóng, K_2 ngắt

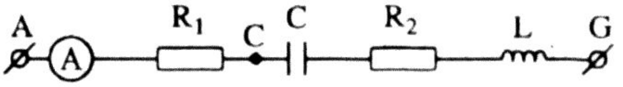
e. Cả ba khoá K_1, K_2, K_3 đều đóng.

Giải:

1. Các khoá K_1, K_2, K_3 đều ngắt, mạch điện như hình 5.23

a. Tổng trở toàn mạch:

$$Z = \frac{U_{AG}}{I} = \frac{100}{2} = 50\,\Omega$$



Hình 5.23

Mặt khác $Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ với $Z_C = \frac{1}{C\omega} = 30\,\Omega$

$$\Leftrightarrow 2500 = 1600 + (Z_L - 30)^2$$

$$\Leftrightarrow (Z_L - 30)^2 = 900$$

$$\Leftrightarrow Z_L - 30 = \pm 30$$

$$Z_L = 0 \Rightarrow L = 0 \text{ và } Z_L = 60\Omega \Rightarrow L = \frac{Z_L}{100\pi} = \frac{0{,}6}{\pi}\,H$$

Công suất toàn mạch:

$$P = (R_1 + R_2)I^2 = 160\ W$$

Hệ số $\cos\varphi$:

$$\cos\varphi = \frac{P}{U.I} = \frac{160}{100.2} = 0{,}8$$

Biểu thức của i và u:

Độ lệch pha giữa i và u_{CG}:

$$\cos\varphi = 0{,}8 \rightarrow \varphi = 36{,}68^0 = 0{,}2\pi\,\text{rad}$$

$Z_L > Z_C$: mạch cảm kháng, i chậm pha hơn u_{AG} một góc bằng $0{,}2\pi$ rad:

$$\Rightarrow i = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}25\pi - 0{,}2\pi)$$

$$\Leftrightarrow i = 2\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}05\pi)\ (A)$$

$$Z_{CG} = \sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{400 + 900} = 36\,\Omega$$

$$\cos\varphi_{CG} = \frac{R_2}{Z_{CG}} = \frac{20}{36} = 0,56 \Rightarrow \varphi_{CG} = 56,25^{\circ} = 0,13\pi \text{ rad}$$

$$U_{CG} = IZ_{CG} = 2.36 = 72V$$

Z_{CG} cảm kháng, u_{CG} nhanh pha hơn i:

$$\Rightarrow u_{CG} = 72\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,05\pi + 0,31\pi)$$

$$\Leftrightarrow u_{CG} = 72\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0.26\pi)(V)$$

c. U_{CG} min:

$$U_{CG} = \frac{U_{AG}\sqrt{R_2^2 + (Z_L - Z_c)^2}}{\sqrt{R_2^2 + R_2^2 + 2R_1R_2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U_{AG}}{\sqrt{1 + \dfrac{R_1 + 2R_1R_2}{R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}$$

U_{AB} không đổi, U_{CG} cực tiểu khi $\dfrac{R_1 + 2R_1R_2}{R_2^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ cực đại:

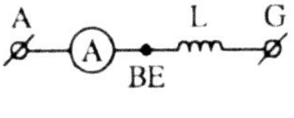
$$\Rightarrow Z_L = Z_C = 30\Omega$$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{30}{100\pi t} = \frac{0,3}{\pi}H$$

2.a. K_1 đóng, K_2 và K_3 ngắt, chập BE

mạch điện như hình 5.24

$$I = \frac{U_{AB}}{Z_L} = \frac{100}{60} = \frac{5}{3}A$$



Hình 5.24

i chậm pha hơn U_{AG} một góc $\dfrac{\pi}{2}$:

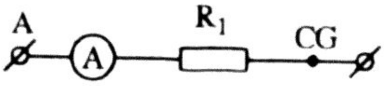
$$\Rightarrow i = \frac{5}{3}\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0,25 - 0,5\pi)$$

$$\Leftrightarrow i = \frac{5}{3}\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0,25\pi)\,(A)$$

Khi chập BE, không có dòng điện chạy trong đoạn mạch BCDE nên điện thế điểm C bằng điện thế điểm A:

$$u_{CG} = u_{AG} = 100\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(V)$$

b. K_2 đóng K_1 và K_3 ngắt, chập CG mạch điện như hình 5.25



Hình 5.25

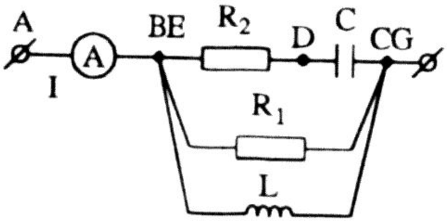
$$I = \frac{U_{AG}}{R_1} = \frac{100}{20} = 5\,A$$

i cùng pha với u_{AG}:

$$i = 5\sqrt{2}\sin\left(100\,\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A)$$

$$U_{CG} = 0$$

c. K_1 và K_2 đóng K_3 ngắt; chập BE và CG mạch điện như hình 5.26.



Hình 5.26

Ampe kế chỉ I

$$\vec{I} = \vec{I}_{BDG} + \vec{I}_{R_1} + \vec{I}_L$$

$$I_{R_1} = \frac{U_{AG}}{R_1} = \frac{100}{2} = 5\,A$$

i_{R_1} cùng pha với u_{AG}

$$I_L = \frac{U_{AG}}{Z_L} = \frac{100}{60} = \frac{5}{3}A$$

i_{L_2} chậm pha hơn u_{AG} một góc $\frac{\pi}{2}$

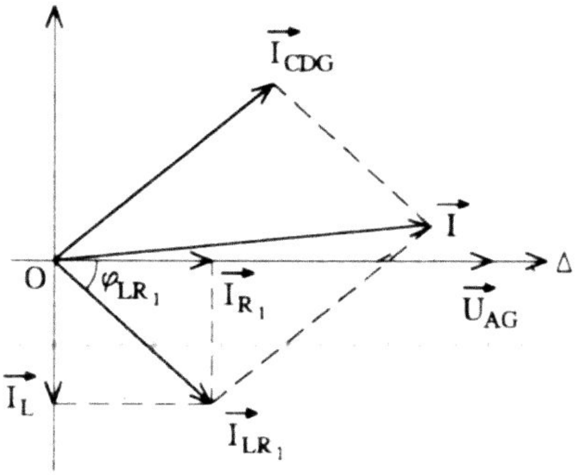
$$Z_{BDG} = \sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = \sqrt{400 + 900} = 36\,\Omega$$

$$\cos\varphi_{BDG} = \frac{R_2}{Z_{BDG}} = \frac{20}{36} \rightarrow \varphi_{BDG} = 56{,}25^0 = 0{,}31\,\pi\,\text{rad}$$

i_{BDG} nhanh pha hơn u_{AG} một góc $0{,}31\,\pi$ rad

$$I_{BDG} = \frac{U_{AG}}{Z_{BDG}} = \frac{100}{36} = \frac{25}{9}\,\text{A}$$

Giản đồ vectơ cường độ được vẽ ở hình 5.27



$\overrightarrow{I_{CDG}}$
$\overrightarrow{I}$
O
φ_{LR_1}
$\overrightarrow{I_{R_1}}$
Δ
$\overrightarrow{U_{AG}}$
$\overrightarrow{I_L}$
$\overrightarrow{I_{LR_1}}$

Hình 5.27

$$I_{LR_1} = \sqrt{I_{R_1}^2 + I_L^2} = 5{,}27\,\text{A}$$

$$\text{tg}\varphi_{LR_1} = \frac{I_L}{I_{R_1}} = \frac{1}{3} \rightarrow \varphi_{LR_1} = 18{,}43^0$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{I_{LR1}^2 + I_{BDG}{}^2 + 2I_{LR1}\,I_{BDG}\cos 74{,}68^0}$$

$$\Leftrightarrow I = \sqrt{5{,}27^2 + \frac{625}{81} + 2.5{,}27.\frac{25}{9}.0{,}264}$$

$$I = 6{,}57\,\text{A}$$

Độ lệch pha giữa cường độ mạch chính và u_{AG}

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{I_{LR_1}\sin(-\varphi_{LR_1}) + I_{BDG}\sin\varphi_{BDG}}{I_{LR_1}\cos\varphi_{LR_1} + I_{BDG}\cos\varphi_{BDG}}$$

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{5{,}27(-0{,}316) + \frac{25}{9}.0{,}831}{5{,}27.0{,}948 + \frac{25}{9}.0{,}555} = 0{,}098$$

$$\varphi = 5{,}62^0 = 0{,}03\pi\,\mathrm{rad}$$

i nhanh pha hơn u_{AG}:

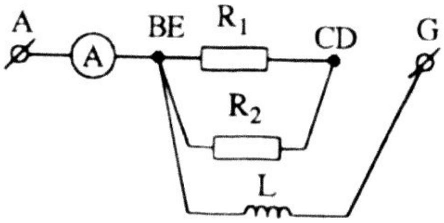
$$i = 6{,}57\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}25\pi + 0{,}03\pi)$$

$$\Leftrightarrow\ i = 6{,}57\sqrt{2}\sin(100\pi t + 0{,}28\pi)\ (\mathrm{A})$$

$$U_{CG} = 0$$

d. K_1 và K_2 đóng, K_3 ngắt: chập BE, CD, mạch điện vẽ lại như hình 5.28

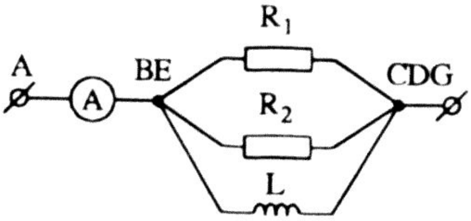
Kết quả như 2.a.



Hình 5.28

e. Cả ba khoá đều đóng: chập BE, CDG mạch điện vẽ lại như hình 5.29

$$R_{12} = \frac{R_1}{2} = 10\Omega$$



Hình 5.29

i_{12} cùng pha với u_{AG}

$$I_{12} = \frac{U_{AFG}}{R_{12}} = \frac{100}{10} = 10\,\mathrm{A}$$

i_L chậm pha với u_{AG} một góc $\frac{\pi}{2}$

$$I_L = \frac{U_{AG}}{Z_L} = \frac{100}{60} = \frac{5}{3}\,A$$

$$\vec{I} = \vec{I}_{12} + \vec{I}_L$$

$$I = \sqrt{I_{12}^2 + I_L^2} = 10{,}13\,A$$

Độ lệch pha giữa cường độ mạch chính i và u_{AG}

$$tg\varphi = \frac{I_L}{I_{12}} = 0{,}167$$

$$\varphi = 9{,}46^0 = 0{,}05\,\pi\,rad$$

mạch cảm kháng, i chậm pha hơn u_{AG}

$$i = 10{,}13\sqrt{2}\,\sin(100\,\pi t + 0{,}25\,\pi + 0{,}05\,\pi)$$

$$\Leftrightarrow\; i = 10{,}13\sqrt{2}\,\sin(100\,\pi t + 0{,}3\,\pi)\;(A)$$

$$U_{CG} = 0$$

Chương 6

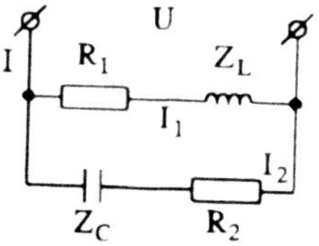
MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu hỏi 6.1

Cho mạch điện hình 6.1: Hiệu điện thế hai đầu mạch biến thiên theo qui luật

$u = U_0 \sin\omega t$, $Z_L > Z_C$, $R_1 = R_2$

Những biểu thức sau đây có biểu thức nào viết sai



Hình 6.1

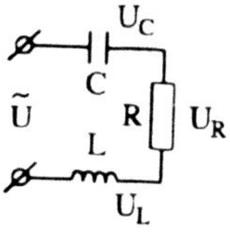
1. $i_1 = I_{01} \sin(\omega t - \varphi_1)$;
2. $i_2 = I_{02} \sin(\omega t + \varphi_2)$;
3. $i = I_0 \sin(\omega t \pm \varphi)$;
4. $u_L = U_{0L} \sin(\omega t + \varphi_1 + \frac{\pi}{2})$;
5. $u_C = U_{0C} \sin(\omega t + \varphi_2 - \frac{\pi}{2})$

Câu hỏi 6.2

Cho mạch điện hình 6.2

$i = I_0 \sin\omega t$

Trong các biểu thức sau, hãy chỉ ra biểu thức sai.



Hình 6.2

1. $u = u_R + u_L + u_C$
2. $u = I_0 R \sin\omega t + I_0 Z_L \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + I_0 Z_C \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$
3. $U = U_R + U_L + U_C$

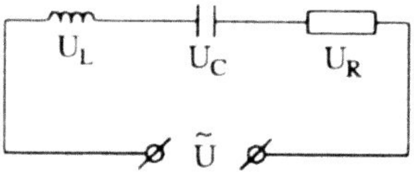
4. $U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 = I^2R^2 + I^2(Z_L - Z_C)^2$

5. $I = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}}$; $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$

Câu hỏi 6.3

Cho mạch điện hình 6.3: $U = 50V$, $U_C = 20$ V, $U_R = 30V$. Xác định U_L .

Chọn đáp số đúng trong 5 đáp số sau.



Hình 6.3

1. 90V; 2. 80V; 3. 110V; 4. 50V; 5. 60V

Câu hỏi 6.4

Trong một mạch xoay chiều hiệu điện thế hai đầu mạch và cường độ dòng điện trong mạch biến thiên theo qui luật:

$u = 141\sin(314t + 80^0)$ và $i = 14{,}1\sin(314t + 20^0)$

Tìm công suất tiêu thụ của mạch (lấy $\sqrt{2} = 1{,}41$) chọn đáp số đúng trong 5 đáp số sau:

1. 308W; 2. 216W; 3. 1000W; 4. 500W; 5. 1236W

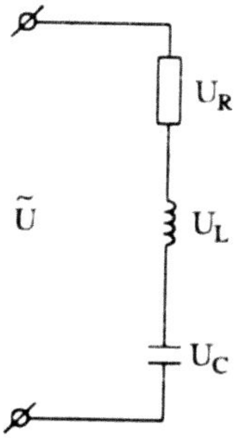
Câu hỏi 6.5

Cho mạch điện hình 6.4: $U_L = 60V$, $U_C = 20V$, $U_R = 30V$

Hỏi các hiệu điện thế trên và cường độ dòng điện trong mạch biến đổi như thế nào khi dịch các tấm của tụ điện ra xa nhau?

Chọn đáp số sai trong các đáp số sau

1. I tăng; 2. U_R tăng; 3. U_C tăng; 4. U_L giảm



Hình 6.4

Câu hỏi 6.6

Xác định hệ số tự cảm L của cuộn cảm qua kết quả của hai thí nghiệm sau:

a. Mắc cuộn cảm vào một hiệu điện thế xoay chiều có hiệu điện thế U = 200V, tần số f = 50Hg thì dòng điện trong mạch có cường độ I = 4A

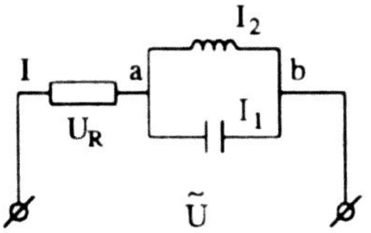
b. Mắc cuộn cảm vào một hiệu điện thế một chiều có U = 200V và dòng điện trong mạch có cường độ I = 5A.

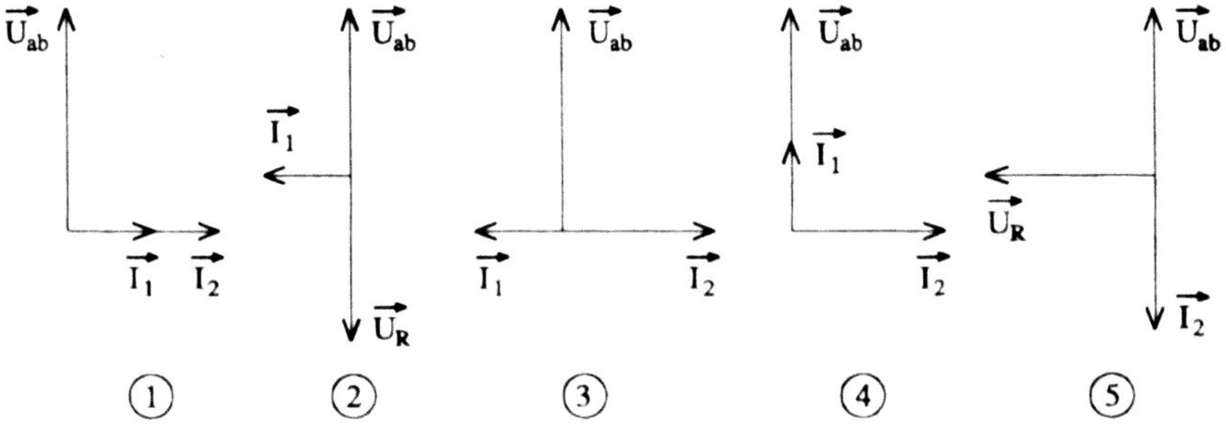
Chọn một đáp số đúng trong các đáp số sau

1. 0,2H; 2. 0,4H; 3. 1H; 4. 0,1H; 5. 0,8H.

Câu hỏi 6.7

Các giản đồ vectơ ở hình 6.5, giản đồ nào phù hợp với mạch điện kèm theo


I_2
I
a
b
I_1
U_R
$\tilde{U}$


$\vec{U}_{ab}$
$\vec{I}_1$
$\vec{I}_2$
①
$\vec{U}_{ab}$
$\vec{I}_1$
$\vec{U}_R$
②
$\vec{U}_{ab}$
$\vec{I}_1$
$\vec{I}_2$
③
$\vec{U}_{ab}$
$\vec{I}_1$
$\vec{I}_2$
④
$\vec{U}_{ab}$
$\vec{U}_R$
$\vec{I}_2$
⑤

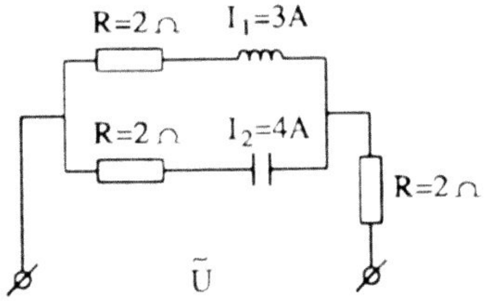
Hình 6.5

Câu hỏi 6.8

Xác định công suất tiêu thụ ở mạch hình 6.6

Chỉ ra đáp số đúng

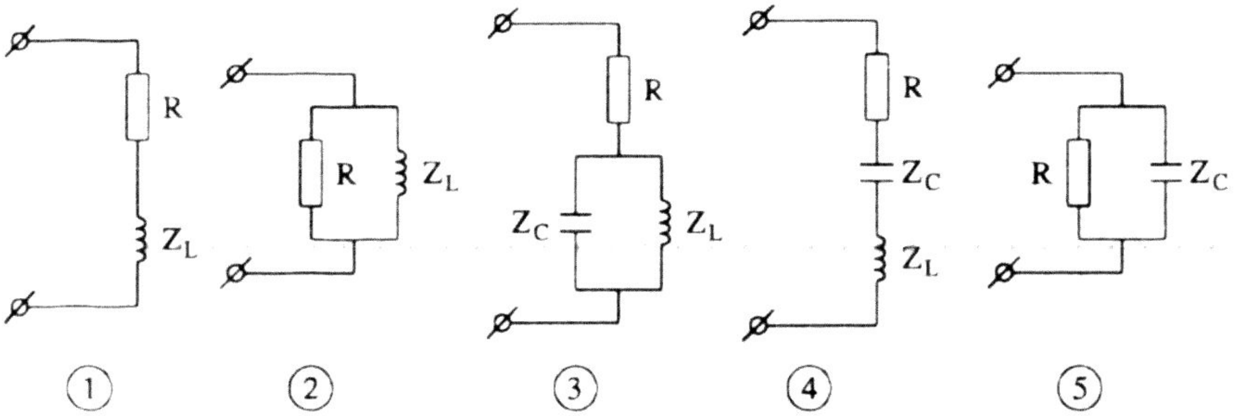
1. 150W; 2. 100W; 3. 288W;
4. 884W; 5. 540W


R=2 Ω
I_1=3A
R=2 Ω
I_2=4A
R=2 Ω
Ũ

Hình 6.6

Câu hỏi 6.9

Tìm tổng trở các mạch điện hình 6.7


R
Z_L
R
Z_L
R
Z_C
Z_L
R
Z_C
Z_L
R
Z_C
①
②
③
④
⑤

Hình 6.7

$$Z_C = Z_L = R = 10\ \Omega$$

Chỉ ra đáp số không đúng

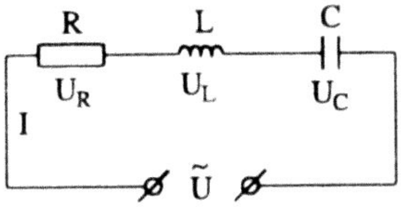
1. 14,1Ω ; 2. 7,07 Ω; 3. ∞ ; 4. 10Ω; 5. 5,5Ω

Câu hỏi 6.10

Ở mạch điện hình 6.8

I = 5A, f = 50Hz, U_R = 50V,
U_L = 100V, U_C = 60V.

Hỏi các hiệu điện thế sẽ bằng bao nhiêu nếu giữ I = 5A nhưng tăng tần số nên 1000 Hg ?


R
L
C
U_R
U_L
U_C
I
Ũ

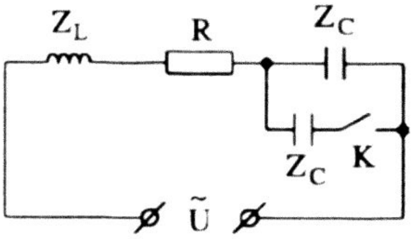
Hình 6.8

Chỉ ra đáp số không đúng.

1. $U_R = 50V$; $U_L = 200V$; $U_C = 30V$; $U = 280V$

Câu hỏi 6.11

Cho mạch điện hình 6.9 khi K mở $U_L = 60V$, $U_C = 120V$, $U_R = 80V$, công suất $P = 640$ W. Hỏi các đại lượng trên và cường độ dòng điện trong mạch sẽ bằng bao nhiêu khi đóng K?



Hình 6.9

Chỉ ra đáp số sai

1. $U_L = 75V$; 2. $U_C = 75V$; 3. $U_R = 100V$; 4. $I = 10A$; 5. $\rho = 800W$

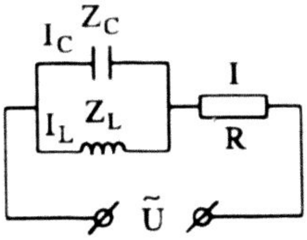
Câu hỏi 8.12

Xác định các cường độ dòng điện I_C, I_L và I (hình 6.10) nếu $Z_C = Z_L = 20\Omega$, $R = 10\Omega$, $U = 200V$

Chỉ ra đáp số đúng

1. $I = 20A$; 2. $I_C = 10A$;

3. $I_L = 20A$; 4. $I = 10A$; 5. $I = 4A$



Hình 6.10

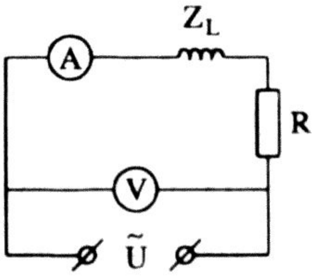
Câu hỏi 6.13

Xác định điện trở R và công suất P của mạch điện hình 6.11:

$Z_L = 30\Omega$, ampe kế chỉ 4A, vôn kế chỉ 200V.

Chỉ ra đáp số đúng

1. $R = 40\Omega$; $P = 640W$; 2. $R = 20\Omega$, $P = 300W$;



Hình 6.11

3. R = 50Ω, P = 800W; 4. R = 80Ω, P = 1280W;

5. R = 20Ω, P = 800W

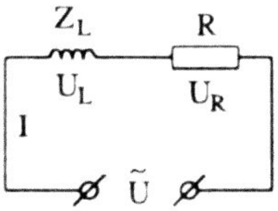
Câu hỏi 6.14

Ở mạch điện hình 6.12: cường độ dòng điện I và các hiệu điện thế U_L, U_R biến đổi như thế nào khi đưa vào trong cuộn cảm một lõi sắt.

Chọn đáp số đúng

1. I không thay đổi; 2. I tăng;

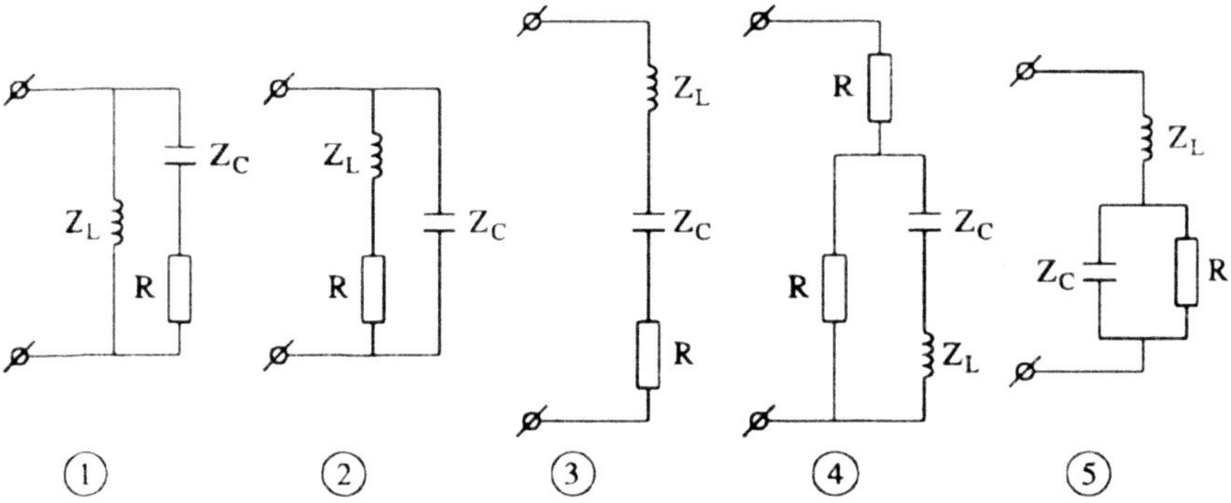
3. U_L tăng; 4. U_L giảm; 5. U_R tăng.


Z_L
R
U_L
U_R
I
$\tilde{U}$

Hình 6.12

Câu hỏi 6.15

Hãy nêu đặc tính của từng mạch điện hình 6.13, nếu $Z_L = Z_C = R$


Z_C
Z_L
R
①
Z_L
R
Z_C
②
Z_L
Z_C
R
③
R
Z_C
R
Z_L
④
Z_L
Z_C
R
⑤

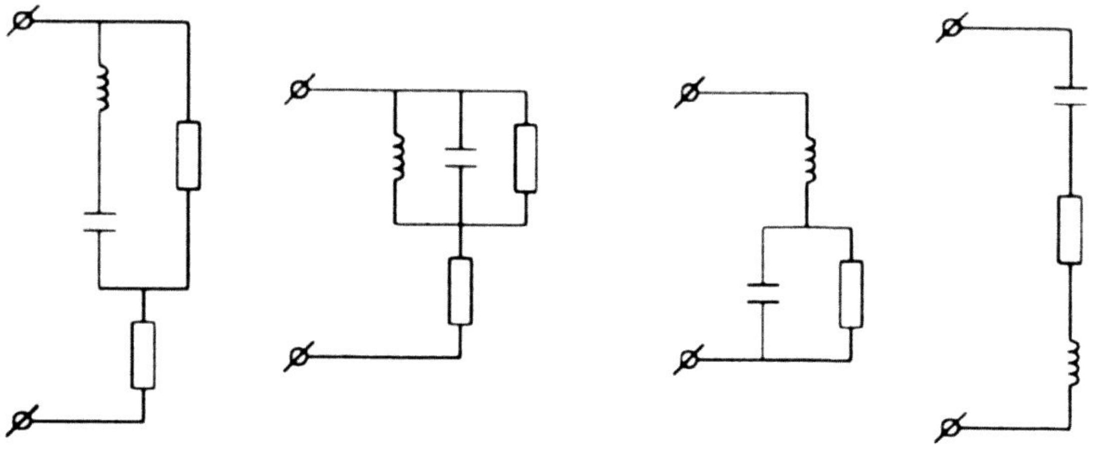
Hình 6.13

1. cảm kháng; 2. dung kháng; 3. thuần trở ; 4. dung kháng; 5. cảm kháng.

Chỉ ra đáp số không đúng.

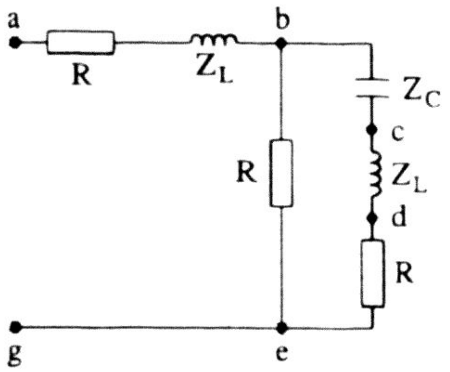
Câu hỏi 6.16

Các mạch điện hình 6.14 đều cảm kháng biết $Z_L > Z_C$. Đã nói sai ở mạch nào?



Hình 6.14

Câu hỏi 6.17



Hình 6.15

Xác định các đại lượng U, I, U_{ab}, U_{cd}, U_{bd} của mạch hình 6.15 biết $Z_L = Z_C = R = 5\Omega$, $I_3 = 10A$

Chỉ ra đáp số sai

1. $I = 20A$; $U_{ab} = 141V$;

$U_{cd} = 50V$; $U_{bd} = 0$; $U = 191V$

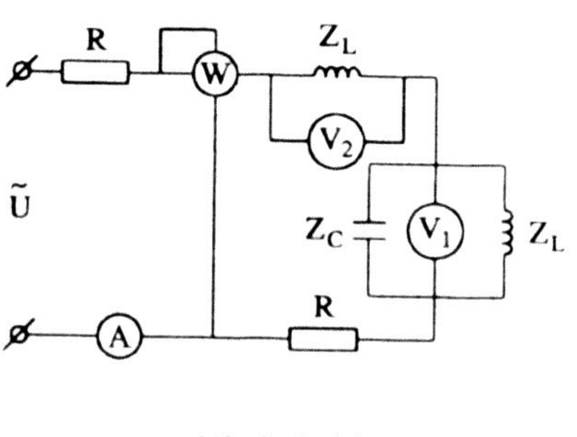
Câu hỏi 6.18

Cho mạch điện hình 6.16

$R = 10\Omega$, $Z_C = 10\Omega$, $Z_L = 20\Omega$

1. Ampe kế A chỉ 10A
2. Vôn kế V_2 chỉ 200V
3. Oát kế W chỉ 1000W
4. Vôn kế V_1 chỉ 100V

Số chỉ nào không đúng?



Hình 6.16

Câu hỏi 6.19

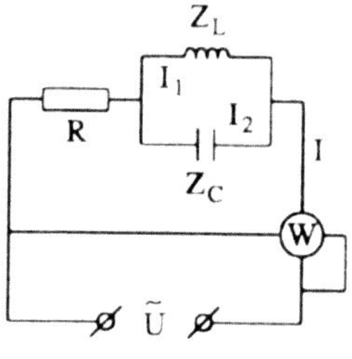
Cho mạch điện hình 6.17:

R = 10Ω

Oát kế chỉ:

1. 4000W; 2. 640W; 3. 2080W; 4. 160W; 5. 1400W

Chỉ ra đáp số đúng.

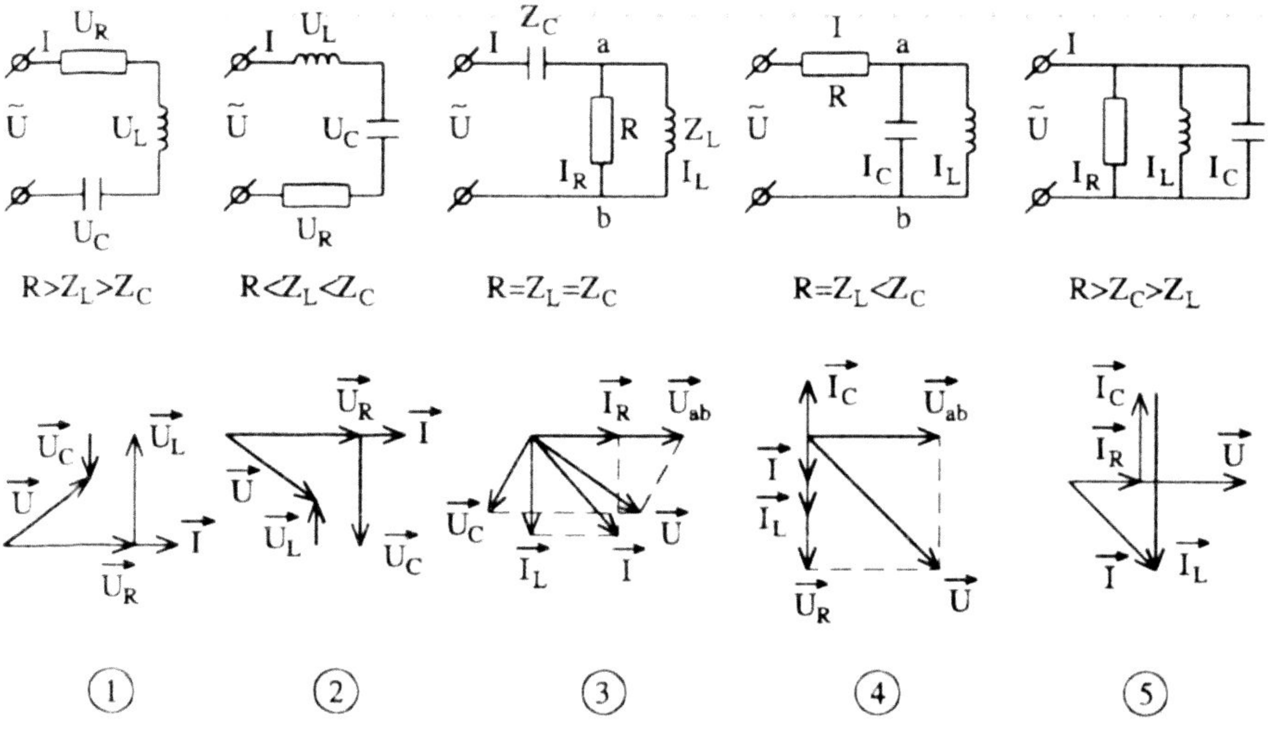

Z_L
I_1
I_2
R
Z_C
I
W
Ũ

Hình 6.17

Câu hỏi 6.20

Hình 6.18 là giản đồ vectơ tương ứng với từng mạch điện

Giản đồ nào sai?


U_R
I
Ũ
U_L
U_C
R>Z_L>Z_C
U_L
I
Ũ
U_C
U_R
R<Z_L<Z_C
Z_C
I
a
Ũ
R
Z_L
I_R
I_L
b
R=Z_L=Z_C
I
a
R
Ũ
I_C
I_L
b
R=Z_L<Z_C
I
Ũ
I_R
I_L
I_C
R>Z_C>Z_L
U_C
U_L
U
I
U_R
U_R
I
U
U_L
U_C
I_R
U_ab
U_C
U
I_L
I
I_C
U_ab
I
I_L
U_R
U
I_C
I_R
U
I
I_L
①
②
③
④
⑤

Hình 6.18

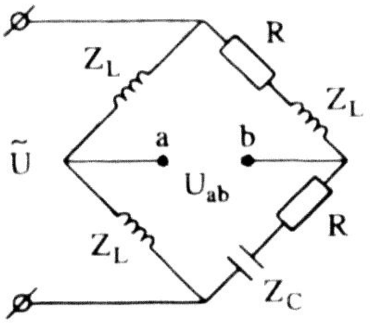
Câu hỏi 6.21

Tìm hiệu điện thế U_{ab} ở mạch điện hình 6.19: $R = Z_L = Z_C$

Chỉ ra đáp số đúng

1. $U_{ab} = U$; 2. $U_{ab} = 0{,}5U$;

3. $U_{ab} = 0$; 4. $U_{ab} = 2U$



Hình 6.19

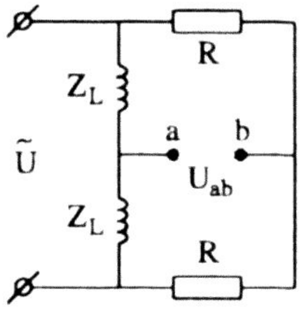
Câu hỏi 6.22

Tìm hiệu điện thế U_{ab} ở mạch điện hình 6.20.

Chỉ ra đáp số đúng:

1. $U_{ab} = U$; 2. $U_{ab} = 0{,}5U$;

3. $U_{ab} = 0{,}25U$; 4. $U_{ab} = 0$

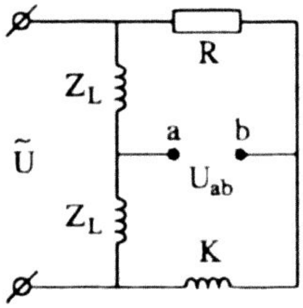


Hình 6.20

Câu hỏi 6.23

Hỏi hiệu điện thế U_{ab} và pha của nó đối với hiệu điện thế U của mạch hình 6.21 biến đổi như thế nào khi đưa vào trong cuộn dây K một lõi sắt từ? Chỉ ra đáp số đúng

1. U_{ab} tăng, pha không thay đổi; 2. U_{ab} giảm, pha thay đổi; 3. U_{ab} và pha không thay đổi; 4. U_{ab} không thay đổi, pha thay đổi.



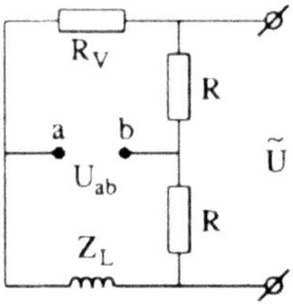
Hình 6.21

Câu hỏi 6.24

Ở mạch điện hình 6.22, hiện điện U_{ab} và độ lệch pha của nó với hiệu điện U của mạch điện biến đổi như thế nào khi xê dịch con chạy của biến trở R_V?

Chỉ ra câu trả lời đúng;

1. U_{ab} và pha không thay đổi; 2. U_{ab} tăng và pha không thay đổi; 3. U_{ab} thay đổi và pha thay đổi; 4. U_{ab} giảm và pha không thay đổi.



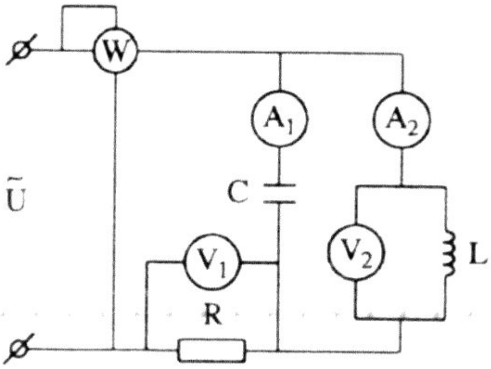
Hình 6.22

Câu hỏi 6.25

Hỏi chỉ số các dụng cụ thay đổi như thế nào (hình 2.23) khi đưa lõi sắt từ vào bên trong cuộn cảm biết rằng trước khi có lõi sắt, $Z_L > Z_C$? Bỏ qua công suất tổn hao ở lõi sắt từ.

Chỉ ra đáp số sai:

1. U_1 tăng; 2. P tăng; 3. U_2 giảm; 4. I_1 tăng; 5. I_2 giảm



Hình 6.23

Câu hỏi 6.26

Trong mạch RLC nối tiếp.

1. Tổng trở toàn mạch Z và độ lệch pha φ giữa cường độ dòng điện và hiệu điện thế hai đầu mạch không thay đổi theo hiệu điện thế U hai đầu mạch.

2. Chỉ có Z không đổi, còn φ thay đổi theo U

3. Z và φ đều thay đổi theo tần số f của dòng điện

4. Cường độ dòng điện, công suất toàn mạch đạt tới cực đại khi thay đổi C cho đến khi bằng $\frac{1}{L\omega^2}$

Chỉ ra lời phát biểu sai

Câu hỏi 6.27

Trong mạch gồm nhiều phần tử R, L, C mắc nối tiếp:

1. Khi thay đổi L hay C thì cường độ dòng điện trong mạch và công suất toàn mạch đạt tới cực đại khi $\Sigma Z_L = \Sigma Z_C$ và khi đó: $I_{max} = \frac{U}{\Sigma R}, P_{max} = \frac{U^2}{\Sigma R}$

2. Khi thay đổi R thì cường độ trong mạch cực đại khi ΣR cực tiểu.

3. Khi thay đổi R thì công suất toàn mạch cực đại khi $\Sigma R = |\Sigma Z_L - \Sigma Z_C|$ và khi đó: $P_{max} = \frac{U^2}{2\Sigma R}$

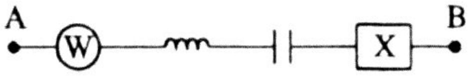
3. Độ lệch pha giữa cường độ dòng điện trong mạch và hiệu điện thế hai đầu mạch được tính theo các công thức:

$$\sin\varphi = \frac{\Sigma Z_L - \Sigma Z_C}{Z},\ \cos\varphi = \frac{\Sigma R}{Z},\ \operatorname{tg}\varphi = \frac{\Sigma Z_L - \Sigma Z_C}{\Sigma R}$$

4. Nếu tăng R thì hệ số công suất $\cos\varphi$ cũng tăng.

Chỉ ra lời phát biểu sai

Câu hỏi 6.28



Hình 6.24

Cho mạch điện hình 6.24

$u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ (V)

$L = 0{,}159H$, $C = 31{,}8\mu F$. Đoạn mạch X gồm hai trong 3 phần tử R, L, C.

Nếu ampe kế chỉ 2 A và hệ số $\cos\varphi = 1$ thì:

1. Đoạn mạch X gồm hai điện trở thuần mắc nối tiếp có tổng điện trở 50Ω

2. Đoạn mạch X gồm một tụ điện có C' = 63,7 μF và một điện trở R = 50Ω mắc nối tiếp.

3. Đoạn mạch X gồm một cuộn cảm có $L' = \frac{1}{2\pi}$ H và một điện trở R = 50Ω mắc nối tiếp.

4. Đoạn mạch X gồm một cuộn cảm có $L' = \frac{1}{\pi}$ H và một điện trở R = 100Ω mắc song song.

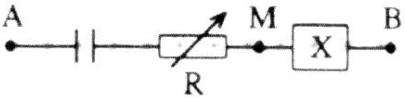
5. Đoạn mạch X gồm một tụ điện có C' = 63,7 μF và cuộn cảm có $L' = \frac{1}{2\pi}$ H mắc nối tiếp.

Chỉ ra lời phát biểu đúng.

Câu hỏi 6.29

Ở mạch điện hình 6.25

$C = \frac{10^{-3}}{9\pi}$ F, đoạn mạch X gồm hai trong 3 phần tử R, L, C mắc nối tiếp



Hình 6.25

Với R = 90Ω,

$$u_{AM} = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}5\pi)\ (V),$$

$$u_{MB} = 60\sqrt{2}\sin 100\pi t\,(V)$$

1. $u_{AB} = 120\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}597\pi)(V)$

2. Đoạn mạch X gồm tụ điện có C' = 106μF và điện trở R' = 30Ω mắc nối tiếp.

3. Đoạn mạch X gồm một cuộn cảm có $L = \frac{0{,}3}{\pi}$ H và một điện trở R' = 30Ω mắc nối tiếp.

4. Công suất tiêu hao toàn mạch bằng 120 W.

5. Cường độ dòng điện trong mạch có biểu thức i = 0,745 sin 100πt

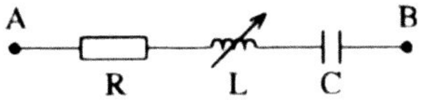
Chỉ ra lời phát biểu đúng

Câu hỏi 6.30

Cho mạch điện hình 6.26

$u_{AB} = 100\sqrt{2}\sin 100\pi t\,(V)$

$R = 100\Omega$, $C = 0{,}318.10^{-4}F$.



Hình 6.26

1. Hệ số công suất cực đại khi $L = \frac{1}{\pi}H$ và $P_{max} = 200W$

2. Công suất trong mạch bằng 100W khi $L = \frac{1}{\pi}H$ và $L = \frac{2}{\pi}H$.

3. Khi L = 0,318 H thì hiệu điện hai đầu cuộn cảm cực đại .

4. Khi tăng L từ 0 lên thì công suất tăng từ 100W đến cực đại bằng 200W rồi lại giảm đến 0 khi $L \to \infty$

Chỉ ra lời phát biểu sai.

MỤC LỤC

Chương I. **Tổng trở mạch điện xoay chiều** 3

I. Những kiến thức cần nhớ khi giải bài toán về các mạch điện xoay chiều 3

II. Các bài toán về mạch điện 6

1.1. *Bài toán vẽ lại mạch điện* 6

1.2. *Bài toán tính tổng trở mạch điện* 10

Chương II. **Các đại lượng đặc trưng của dòng điện xoay chiều** 28

2.1. *Bài toán biết cường độ mạch chính tính cường độ mạch rẽ và viết biểu thức của chúng* 28

2.2. *Bài toán biết cường độ mạch rẽ tính cường độ dòng điện trong các mạch rẽ khác và hiệu điện thế* 52

2.3. *Bài toán biết hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch tìm cường độ dòng điện và hiệu điện thế ở các đoạn mạch khác* 63

2.4. *Bài toán tìm hiệu điện thế hai đầu một mạch phức tạp (hay cho hiệu điện thế này, tìm các đại lượng khác)* 77

2.5. *Bài toán lập các biểu thức hiệu điện thế và cường độ dòng điện theo số chỉ các dụng cụ đo điện và giản đồ vectơ* 94

2.6. *Bài toán về độ lệch pha* 108

2.7. *Bài toán công suất* 125

2.8. *Bài toán cực trị* 135

***Chương III.* Truyền tải điện năng đi xa sản xuất điện năng máy biến thế** 156

I. Những kiến thức cần nhớ khi giải các bài toán chương III 156

II. Một số bài toán và phương pháp giải 157

***Chương IV.* Dao động và sóng điện từ** 181

I. Những kiến thức cần nhớ khi giải các bài toán về dao động và sóng điện từ 181

II. Một số bài toán và phương pháp giải 182

***Chương V.* Một số bài toán tổng hợp** 198

Chương VI. *Một số câu hỏi trắc nghiệm* 248

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Giám đốc NGUYỄN VĂN THỎA
Tổng biên tập NGUYỄN THIỆN GIÁP

Biên tập và sửa bài: HẢI ĐĂNG

Trình bày bìa: QUỐC THẮNG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VẬT LÝ THEO CHỦ ĐIỂM
TẬP 3 ĐIỆN XOAY CHIỀU

Mã số: 01.261.ĐH2001.503.2001.
In 1000 cuốn tại Công ty in Lao động - Xã hội.
Số xuất bản: 42/503/CXB. Số trích ngang 17 KH/XB.
In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2002